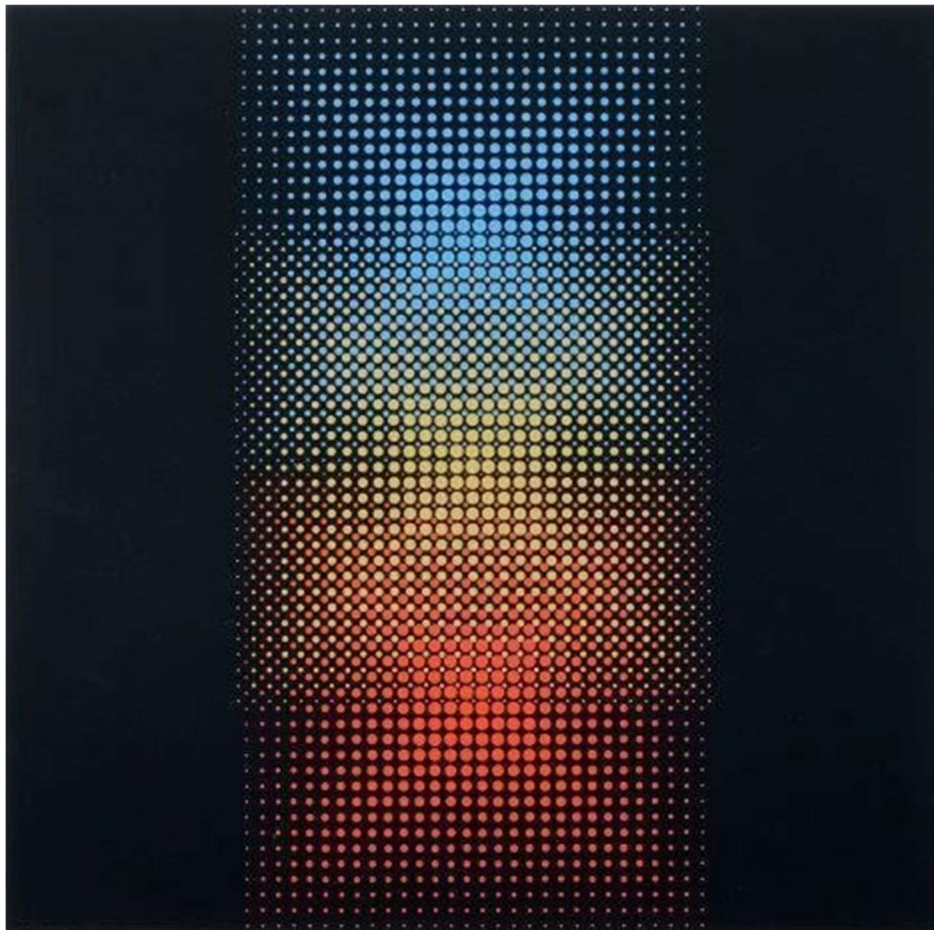


Prof. Dr. Alfred Toth

Theorie der Zeichenoperationen



SLT

Title cover picture: © Almir da Silva Mavignier, "Punctum" (1965)

© 2020, Tucson, AZ, Semiotic Technical Laboratory

Vorwort

Bereits in seinem Buch «Semiotik» (Baden-Baden 1967) hatte Bense die Semiotik als ein Quadrupel bestimmt, das neben der Zeichenrelation, der Zeichenfunktion und der Zeichengeneration auch die Zeichenoperation enthält. Allerdings unterscheidet Bense lediglich zwischen den drei Zeichenoperationen Adjunktion, Iteration und Superisation, und dabei blieb es bis zu Benses Tod. 2008 publizierte ich in Klagenfurt meine «Allgemeine Zeichengrammatik», die das Fundament für umfassende Studien über semiotische Operationen legen sollte. Da im gleichen Jahre der Grundstein für die Ontik gelegt wurde, die der Zeichentheorie als Objekttheorie zur Seite gestellt ist, konnten ferner neben den semiotischen auch ontische Operationen untersucht werden. Von besonderem Interesse dabei sind natürlich jene, welche die semiotisch-ontische Isomorphie reflektieren.

Der vorliegende Band versammelt eine repräsentative Auswahl meiner Arbeiten zur Theorie der semiotischen sowie teilweise auch der ontischen Operationen. Sie wurden, um den jeweils verschobenen Forschungsstand sichtbar zu machen, chronologisch angeordnet.

Tucson, AZ, 12.7.2020

Prof. Dr. Alfred Toth

Dianoia als Transoperation

1. Es gibt ein in der Semiotik kaum beachtetes und dennoch sowohl für die Geschichte der nichtarbiträren Semiotik als auch in Sonderheit für die von mir begründete polykontexturale Semiotik hoch bedeutsames Buch, in dem in klarst möglicher Weise aufgezeigt wird, dass der hellenistisch-jüdische Philosoph Philon von Alexandria (15/10 v. Chr. bis ca. 40 n. Chr.) über einen polykontexturalen Zeichenbegriff verfügte. Allerdings war dem Autor, Klaus Otte, der von der Theologie und der Philologie herkommt, die Geschichte der Semiotik nicht sehr vertraut, und ferner scheint es, als ob ihm Gotthard Günthers Arbeiten zur polykontexturalen Logik völlig unbekannt waren. Trotzdem erkennt Otte, “dass für Philo Erkenntnis die Überwindung des ontologischen Sprungs bedeute. Das prophetische Erkennen geschieht durch Offenbarung des Seins selbst, wobei der ontologische Sprung von der Seite des Seins aus direkt überwunden wird. Das innerweltliche Erkennen vollzieht sich durch die aktive Erforschung des Seienden auf seine Bezogenheit zum Sein hin, wobei der Mensch selbst den ontologischen Sprung zu überwinden sucht. Diesem Sachverhalt scheint die Lehre vom ‘inneren und äusseren Logos’ zu entsprechen. Der ‘innere Logos’ erforscht die Massgabe des Seins, wie sie sowohl indirekt als auch direkt erfahrbar sind. Er versucht, das himmlische Buch zu lesen und aus den innerweltlichen Phänomenen Erkenntnis zu gewinnen. Damit hat der innere Logos seinen Sitz in der Nähe des ‘hieros logos’. Der ‘äussere Logos’ bringt die Erkenntnis, welche auf solche doppelte Weise entstanden ist, zu Wort und veranschaulicht sie, so dass sie im konkreten, gesprochenen oder geschriebenen Wort vorhanden ist. Endiathetos und prophorikos sind offenbar als Komplementär-begriffe konzipiert. Prophorikos ist eindeutig ho prophetetai, der Dolmetsch des inneren Logos, aus dem er wie aus einer Quelle fließt (...). Der eine Logos ist also der erkennende, der andere der sprechende und mitteilende Logos. Nach Philo kann der eine nicht ohne den anderen sein” (Otte 1968, S. 131 f.).

Über den ontologischen Sprung sagt Otte klar, dass er “zwischen dem Sein schlechthin und dem Seienden liegt” (1968, S. 111). Diese Positionierung des ontologischen Sprungs erinnert natürlich an Kronthalers “qualitativen Sprung”, der in einer polykontexturalen Logik und einer darauf gegründeten Mathematik der Qualitäten durch die Transoperationen vermittelt wird (Kronthaler 1986, S. 52 ff.). Die Frage ist nun die, ob es auch in der Zeichentheorie Philons von Alexandria einen Vermittlungsmechanismus dieses ontologisch-qualitativen Sprunges gibt. Otte schreibt: “Die Sprache erhält vom Sein, welches sich durch die ‘dianoia’ über den ‘inneren logos’ seinen Weg zum ‘äusseren logos’ sucht, ihre Gestalt und Artikulation. Die Sprache ist Äusserungsform des sich zeigenden und auslegenden Seins, diese Äusserungsform ist aber wie alle anderen durch den Logos vermittelten Formen ein Seiendes” (1968, S. 138).

Nachdem hierdurch erwiesen ist, dass der Zeichenbegriff Philons von Alexandria nicht nur nicht-arbiträr, sondern polykontextural ist, können wir das folgende Korrespondenzschema aufstellen:

(Sein)		(Seiendes)
(innerer Logos)		(äusserer Logos)
(Präsemiotik)		(Semiotik),

wobei das Zeichen || die polykontexturale Grenze bezeichnet. Nun vermittelt aber die Dianoia, indem sie diese polykontexturale Grenze durchbricht (Zeichen: \equiv) zwischen diesen Dichotomien, wobei wegen der obigen Korrespondenzen also das Wesen und die Erscheinung von Objekten ineinander überführbar werden (Toth 2008d):

(Sein)	⊥	(Seiendes)
(innerer Logos)	⊥	(äusserer Logos)
(Wesen)	⊥	(Erscheinung)
(Präsemiotik)	⊥	(Semiotik),
	↑	
	Dianoia	

2. Gegeben seien wie üblich (vgl. Toth 2008b, c) die folgenden Definitionen einer Zeichen- und einer Prä-Zeichenrelation:

$$ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

$$PZR = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$$

Diese können in der folgenden Weise durch dynamische kategoriethoretische Morphismen ausgedrückt werden (Toth 2008a, S. 159 ff.):

$$ZR = [3.2, [a.b], [2.1, [b.c]]$$

$$PZR = [3.2, [a.b], [2.1, [b.c], 1.0, [c.d]]$$

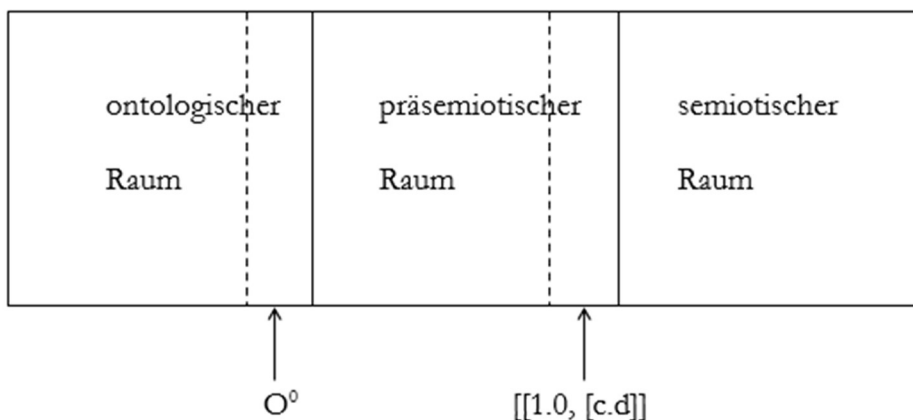
Wie man also leicht erkennt, ist zwar ZR morphismisch nicht mit PZR, aber PZR ist morphismisch mit ZR verlinkt:

$$[3.2, [a.b], [2.1, [b.c], \underbrace{1.0, [c.d]}] \quad [3.2, [a.b], [2.1, [b.c]],$$

und wie die geschweifte Klammer andeuten soll, geschieht diese Verlinkung über die sowohl PZR als auch ZR gemeinsame Kategorie c, die ferner in ZR sogar mit der weiteren Kategorie b und qua b mit dem Morphismus [a.b] verlinkt ist. Was es bedeuten soll, wenn wir sagten, dass nicht ZR mit PZR, aber PZR mit ZR verlinkt ist, dass also die Verlinkungs-richtung eine Rolle spielt, formal (mit \diamond als Zeichen für den binären Verlinkungsoperator):

$$ZR \diamond PZR = [3.2, [a.b], [2.1, [b.c], 1.0, [c.d]] \diamond [3.2, [a.b], [2.1, [b.c]],$$

das sieht man am besten aus dem folgenden Schema:



Dieses Schema beruht auf der von Bense (1975, S. 65 f.) eingeführten Unterscheidung zwischen ontologischem und semiotischem Raum und dem aus der oben dargestellten Verlinkung zwischen PZR und ZR resultierendem präsemiotischen Raum im Sinne eines Raumes der Prä-Zeichen als “vermittelndem” Raum zwischen dem ontologischen Raum der disponiblen Objekte und dem

semiotischen Raum sowohl der natürlichen “Anzeichen” als auch der thetisch eingeführten Zeichen. Wie man sieht, greift der semiotische Raum nach links in den präsemiotischen Raum und der semiotische Raum ebenfalls nach links in den präsemiotischen Raum hinein. An diesen beiden Interpenetrationsstellen liegen nämlich die in Toth (2008d) aufgezeigten Kontexturgrenzen, und zwar

1. die Kontexturgrenze beim Übergang eines disponiblen in ein kategoriales Objekt, formal:

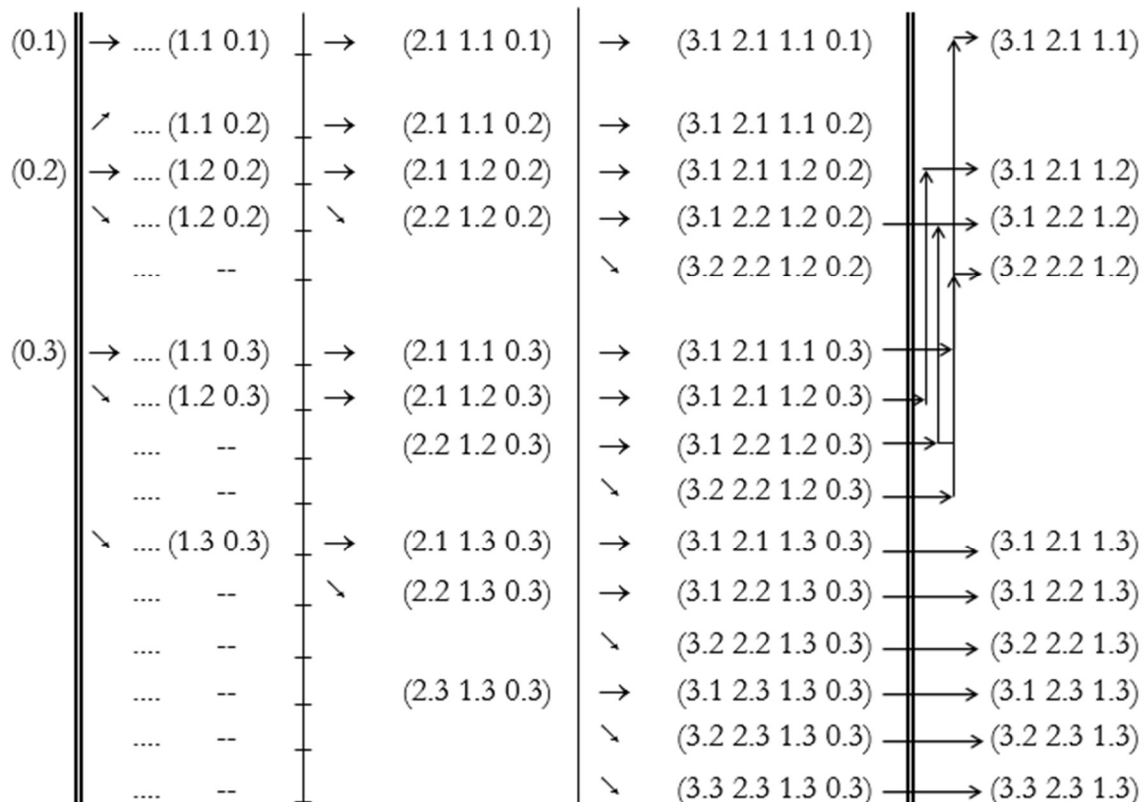
$$O_{\text{disp}} \rightarrow O^0 \text{ (zur Kategorialzahl 0 vgl. Bense 1975, S. 65)}$$

und

2. die Kontexturgrenze beim Übergang eines Prä-Zeichens in ein Zeichen (bzw. eines prä-semiotischen Zeichens in ein semiotisches Zeichen):

$$(3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d) \rightarrow (3.a \ 2.b \ 1.c).$$

Wir können nun diese beiden Kontexturgrenzen und damit die Interpenetration der obigen ontologisch-präsemiotisch-semiotischen Räume dadurch formalisieren, dass wir den schrittweisen Aufbau der Semiose vom Objekt bis zum semiotischen Zeichen durch die Bildung von Dyaden aus Monaden, von Triaden aus Monaden und Dyaden und von Tetraden aus Monaden, Dyaden und Triaden aufzeigen. Die letzte Stufe, der Übergang vom tetradischen Prä-Zeichen zum triadischen Zeichen, ist damit die Monokontextualisierung:

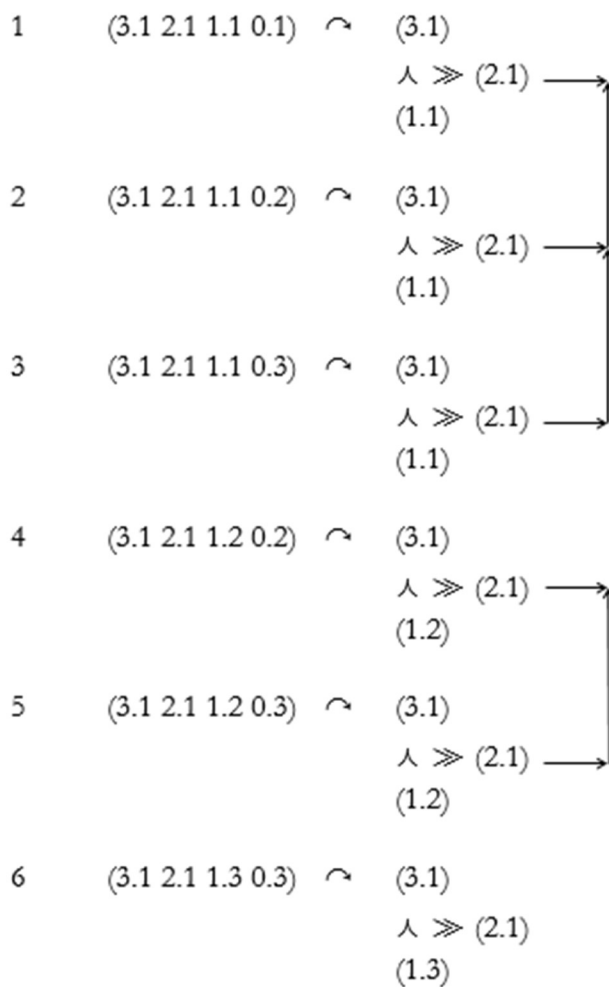


3. Wie man feststellt, beschreiben diese Semiosen grob gesagt den Weg von kategorialen Objekten zu Zeichen, also

$$O^0 \rightarrow [3.2, [a.b], [2.1, [b.c], 1.0, [c.d]] \rightarrow [3.2, [a.b], [2.1, [b.c]],$$

d.h. die durch die semiotischen Zeichen auf der rechten Seite des Schema kreierte Objekte sind insofern "reale" Objekte, als sie genetisch-semiosisch Meta-Objekte darstellen (Bense 1967, S. 8), welche aus realen Objekten im Sinne von "Anzeichen" oder im Sinne von thetisch gesetzten Zeichen entstanden sind.

Nach Bense (1979, S. 87 ff.) kann die Kreation "realer" Objekte im Sinne von semiotischen Objektbezügen mit Hilfe des bereits auf Peirce zurückgehenden semiotischen Kreationsschemas dargestellt werden. Wir benutzen im folgenden dieses Schema, um die Kreation realer Objekte aus den 15 präsemiotischen Zeichenklassen vermittelt durch die 10 semiotischen Zeichenklassen formal darzustellen. Da zwischen PZR und ZR, wie bereits gesagt, eine Kontexturgrenze liegt, verwenden wir als Zeichen für diese Monokontextualisierung \curvearrowright :



dieser Welt anschaut, so bestehen sie durchwegs aus Versatzstücken der “realen” Objekte: So ist etwa eine Meerjungfrau eine irrealer Kreuzung aus Frau und Fisch, ein Drache aus Schlange und Fledermaus, so hat selbst ein Alien gewisse menschliche oder tierliche Züge. Es scheint also, als könnten wir uns Objekte, die in vollständiger Kontradiktion zu den “realen”, von uns wahrnehmbaren Objekten stehen, gar nicht vorstellen. “Irreale” Objekte werden bei dieser vorläufigen Definition jedenfalls zu einer Untergruppe der realen Objekte, obwohl wir ihnen höchst wahrscheinlich nicht begegnen werden, denn die Realität umfasst nicht nur Objekte, denen wir begegnen können, sondern auch Objekte, die wir aufgrund der begegnungsfähigen Realität selber kreieren. Nur in diesem Sinne sprechen wir im folgenden also von “irrealen” Objekten.

Irreale Objekte sind damit Objekte, welche durch entgegengesetzte Semiose aus Zeichenklassen mittels des Prinzips der polyrepräsentativen Affinität kreiert werden. Diese affinen Zeichenklassen sind dabei natürlich selber durch thetische Setzung von Zeichen für “reale” Objekte via deren Transformation in Meta-Objekte entstanden. Da nun sowohl ein Fisch wie eine Frau mit der Zeichenklasse (3.2 2.2 1.2) beschrieben werden, da diese Zeichenklasse durch Affinität aber natürlich auch für eine Komposition von Fisch + Frau = Meerjungfrau (also eine polykontexturale Gleichung im Sinne von Kronthaler (2000)) gültig ist, kann nun in einem nächsten Schritt mit rückläufiger Semiose aus dieser semiotischen Zeichenklasse eine präsemiotische Zeichenklasse entwickelt werden, die wegen des multi-ordinalen Verhältnisses von semiotischen und präsemiotischen Zeichenklassen natürlich nicht eineindeutig aufeinander abbildbar sind. Bei dieser Abbildung wird jedoch notwendig ein kategoriales Objekt (O^0) im Sinne der kategorialen Nullheit der präsemiotischen Zeichenklassen geschaffen. Der Clou liegt nun darin, dass bei der umgekehrten Semiose

$$O^0 \leftarrow [3.2, [a.b], [2.1, [b.c], 1.0, [c.d]] \leftarrow [3.2, [a.b], [2.1, [b.c]]$$

der letzte Schritt auf dem Weg vom semiotischen über den präsemiotischen Raum zum ontologischen Raum nicht erreicht wird, während die reguläre (rechtsgerichtete) Semiose ja bereits im ontologischen Raum startet, aus der disponible Objekte seligiert werden:

$$O_{\text{disp}} \rightarrow O^0 \rightarrow [3.2, [a.b], [2.1, [b.c], 1.0, [c.d]] \rightarrow [3.2, [a.b], [2.1, [b.c]].$$

Das bedeutet erkenntnistheoretisch und ontologisch, dass die durch umgekehrte Semiose produzierten Objekte im präsemiotischen Raum steckenbleiben, und nur im Sinne der kategorialen Objekte der Prä-Zeichenklassen und Prä-Realitätsthematiken kann hier überhaupt von Objekten gesprochen werden, denn wäre der letzte Schritt tatsächlich vollziehbar, d.h.

$$O_{\text{disp}} \leftarrow O^0$$

dann würde dies bedeuten, dass wir kraft einer semiotischen Operation reale Objekte erzeugen könnten, dass also z.B. unsere Meerjungfrau dadurch, dass wir sie malen oder bildhauern können, auch tatsächlich ins Leben gerufen würde (Pygmalion-Motiv). Das bedeutet aber, dass “irreale” Objekte auf formal-semiotischer Ebene nur deshalb nicht “real” sind, weil bei ihnen der Übergang vom präsemiotischen zurück in den ontologischen Raum nicht realisierbar ist. Dennoch haben wir aber die Möglichkeit, diese “irrealen” Objekte mittels präsemiotischer Kreationsschemata in Analogie zu den oben benutzten semiotischen Kreationsschemata präsemiotisch zu realisieren. Da beim Übergang vom semiotischen Mittel zum kategorialen Objekt die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt durchstossen wird, verwenden wir zur Bezeichnung dieser Polykontexturalisierung das Zeichen $\not\leftarrow$ (das in freier Assoziation an den Blitz im Sinne von Philons “ontologischem Sprung” oder Kronthalers “qualitativem Sprung” erinnern soll):

- 1 (3.1 2.1 1.1) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.1) \neq (0.1)$
(1.1)
- 2 (3.1 2.1 1.1) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.1) \neq (0.2)$
(1.1)
- 3 (3.1 2.1 1.1) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.1) \neq (0.3)$
(1.1)
- 4 (3.1 2.1 1.2) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.1) \neq (0.2)$
(1.2)
- 5 (3.1 2.1 1.2) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.1) \neq (0.3)$
(1.2)
- 6 (3.1 2.1 1.3) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.1) \neq (0.3)$
(1.3)
- 7 (3.1 2.2 1.2) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.2) \neq (0.2)$
(1.2)
- 8 (3.1 2.2 1.2) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.2) \neq (0.3)$
(1.2)
- 9 (3.1 2.2 1.3) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.2) \neq (0.3)$
(1.3)
- 10 (3.1 2.3 1.3) \neq (3.1)
 $\lambda \gg (2.3) \neq (0.3)$
(1.3)
- 11 (3.2 2.2 1.2) \neq (3.2)
 $\lambda \gg (2.2) \neq (0.2)$
(1.2)

- 12 (3.2 2.2 1.2) $\not\Leftarrow$ (3.2)
 $\wedge \gg (2.2) \dashv\vdash (0.3)$
(1.2)
- 13 (3.2 2.2 1.3) $\not\Leftarrow$ (3.2)
 $\wedge \gg (2.2) \dashv\vdash (0.3)$
(1.3)
- 14 (3.2 2.3 1.3) $\not\Leftarrow$ (3.2)
 $\wedge \gg (2.3) \dashv\vdash (0.3)$
(1.3)
- 15 (3.3 2.3 1.3) $\not\Leftarrow$ (3.3)
 $\wedge \gg (2.3) \dashv\vdash (0.3)$
(1.3)

Bei beiden Kontexturübergängen, bei demjenigen zwischen disponiblen und kategorialen Objekt bzw. umgekehrt:

$$\begin{array}{l} O_{\text{disp}} \rightarrow O^0 \text{ bzw.} \\ O_{\text{disp}} \leftarrow O^0 \end{array}$$

und bei demjenigen zwischen präsemiotischer und semiotischer Zeichenklasse bzw. umgekehrt:

$$\begin{array}{l} [3.2, [a.b], [2.1, [b.c], 1.0, [c.d]] \rightarrow [3.2, [a.b], [2.1, [b.c]] \\ [3.2, [a.b], [2.1, [b.c], 1.0, [c.d]] \leftarrow [3.2, [a.b], [2.1, [b.c]] \end{array}$$

wirken also polykontextural-semiotische Transoperatoren, wobei es sich in beiden Fällen um das Prinzip der Dianoia im Sinne von Philon von Alexandria handelt. Formal gesprochen, entsprechen ihr beim Übergang vom disponiblen zum kategorialen Objekt die Vererbung der präsemiotischen Trichotomie von Sekanz, Semanz und Selektanz (Götz 1982, S. 28) resp. der präsemiotischen Triade von Form, Gestalt und Funktion (Toth 2008d) bzw. der vor-semiotischen "Werkzeugrelation" von Mittel, Gegenstand und Gebrauch (Bense 1981, S. 33) zunächst auf den "relationalen Mittelbezug" (Bense 1975, S. 45) und von hier auf den Objekt- und Interpretantenbezug, deren semiosische Mechanismen in Toth (2008a, Bd. 2, S. 196 ff.) dargestellt wurden. Im zweiten Fall, beim Übergang von der präsemiotischen zur semiotischen Zeichenklasse, wird die Monokontexturalisierung durch Absorption und Adsorption bewerkstelligt (Toth 2008e).

Bibliographie

- Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982
Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
Kronthaler, Engelbert, Alpha und Aleph oder Gotthard Günther und Europa. Klagenfurt 2000
Otte, Klaus, Das Sprachverständnis bei Philo von Alexandria. Tübingen 1968

- Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)
- Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)
- Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008c)
- Toth, Alfred, Ein präsemiotisches Modell für Zuhandenheit und Bewandtnis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008d
- Toth, Alfred, Die physei- und thesei-Unterscheidung in der Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008e

Rektion als semiotische Operation

1. In Toth (2009) wurde die Möglichkeit diskutiert, bei 3-dimensionalen Zeichenklassen im Sinne von Zeichenklassen, die aus triadischen anstatt aus dyadischen Subzeichen zusammengesetzt sind, die Dimensionszahlen mit den triadischen Hauptwerten koinzidieren zu lassen. Grundsätzlich ist zu sagen, dass ein dyadisches Subzeichen

$$2\text{-SZ} = (a.b)$$

auf folgende zwei Arten zu einem triadischen Subzeichen erweitert werden kann:

$$3\text{-SZ}(1) = (c.(a.b))$$

$$3\text{-SZ}(2) = ((a.b).c)$$

Da jedoch bei 3-SZ(1) die semiotische Dimensionszahl c den Ort der Funktion eines triadischen Hauptwertes annimmt (und nicht denjenigen der Funktion eines trichotomischen Stellenwertes wie in 3-SZ(2)), ergibt sich als dritte Möglichkeit die erwähnte Koinzidenz von Dimensionszahl und triadischem Hauptwert:

$$3\text{-SZ}(1a) = (c.(a.b)), c \in \{1., 2., 3.\}, c \text{ frei}$$

$$3\text{-SZ}(1b) = (c.(a.b)), c \in \{1., 2., 3.\}, c \leq b,$$

d.h. wie in

$$3\text{-ZR} = (a.3.b c.2.d e.1.f), a \dots f \in \{1, 2, 3\}, b \leq d \leq f.$$

2. Bei 3-SZ(1a) liegt also eine Art von "Rektion" vor, insofern der triadische Hauptwert die Dimensionszahl bestimmt. Da die Dimensionszahl, wie in 3-SZ(1) und 3-SZ(2) gezeigt, aber grundsätzlich frei ist, kann man sie nicht nur durch den triadischen Haupt-, sondern auch durch den trichotomischen Stellenwert regieren lassen. Damit bekommen wir also

$$3\text{-SZ}(2a) = ((a.b.c), c \in \{1., 2., 3.\}, c \text{ frei}$$

$$3\text{-SZ}(2b) = ((a.b.c), c \in \{1., 2., 3.\}, c \geq b$$

Da bisher in der gesamten theoretischen Semiotik kein einziger Fall von **semiotischer Rektion** bekannt ist, wird diese hier als semiotische Operation eingeführt (vgl. zu den bisher bekannten semiotischen Operationen Toth 2008, S. 12 ff.).

Als Beispiele bringen wir die 10 Peirceschen Zeichenklassen, und zwar in der folgenden Tabelle ganz links mit den nicht-rektionalen Dimensionszahlen nach dem Schema 3-SZ(1a), rechts davon mit regierten Dimensionszahlen nach dem Schema 3-SZ(1b), und ganz rechts mit regierten Dimensionszahlen nach dem Schema 3-SZ(2b). $\text{dim}(a)$ bedeutet die

semiotische Dimensionszahl von a , $W(\text{Trd})$ bedeutet den Wert der triadischen Position eines Subzeichens, und $W(\text{Trch})$ den Wert der trichotomischen Position eines Subzeichens.

3-Zkln	$\dim(a) = W(\text{Trd})$	$\dim(a) = W(\text{Trch})$
1 (1 1 1 2 3.1 2 2.1 2 1.1) (3 3 3)	(3.3.1 2.2.1 1.1.1)	(1.3.1 1.2.1 1.1.1)
2 (1 1 1 2 3.1 2 2.1 2 1.2) (3 3 3)	(3.3.1 2.2.1 1.1.2)	(1.3.1 1.2.1 2.1.2)
3 (1 1 1 2 3.1 2 2.1 2 1.3) (3 3 3)	(3.3.1 2.2.1 1.1.3)	(1.3.1 1.2.1 3.1.3)
4 (1 1 1 2 3.1 2 2.2 2 1.2) (3 3 3)	(3.3.1 2.2.2 1.1.2)	(1.3.1 2.2.2 2.1.2)
5 (1 1 1 2 3.1 2 2.2 2 1.3) (3 3 3)	(3.3.1 2.2.2 1.1.3)	(1.3.1 2.2.2 3.1.3)
6 (1 1 1 2 3.1 2 2.3 2 1.3) (3 3 3)	(3.3.1 2.2.3 1.1.3)	(1.3.1 3.2.3 3.1.3)
7 (1 1 1 2 3.2 2 2.2 2 1.2) (3 3 3)	(3.3.2 2.2.2 1.1.2)	(2.3.2 2.2.2 2.1.2)
8 (1 1 1 2 3.2 2.2 2 1.3) (3 3 3)	(3.3.2 2.2.2 1.1.3)	(2.3.2 2.2.2 3.1.3)
9 (1 1 1 2 3.2 2 2.3 2 1.3) (3 3 3)	(3.3.2 2.2.3 1.1.3)	(2.3.2 3.2.3 3.1.3)
10 (1 1 1 2 3.3 2 2.3 2 1.3) (3 3 3)	(3.3.3 2.2.3 1.1.3)	(3.3.3 3.2.3 3.1.3)

3. Wie man leicht erkennt, haben 3-Zeichenklassen, die der Bedingung $\dim(a) = W(\text{Trd})$ genügen, folgende allgemeine Form

$$(a.a.b \ c.c.d \ e.e.f), a \dots f \in \{1, 2, 3\},$$

und 3-Zeichenklassen, die der Bedingung $\dim(a) = W(\text{Trch})$ genügen die allgemeine Form

$$(a.b.a \ c.d.c \ e.f.e), a \dots f \in \{1, 2, 3\}.$$

Ferner erkennt man, dass semiotische Rektion von Dimensionszahlen eine Operation ist, die nicht einmal die Dualinvarianz der eigenrealen Zeichenklasse bewahrt

$$\dim(a) = W(\text{Trd}) \qquad \dim(a) = W(\text{Trch})$$

$$(3.3.1 \ 2.2.3 \ 1.1.3) \qquad (1.3.1 \ 3.2.3 \ 3.1.3)$$

Die einzige triadische 3-Zeichenrelation, bei der beide Operationen das identische Ergebnis liefern, ist jedoch die Klasse der genuinen Kategorien

$$\dim(a) = W(\text{Trd}) \qquad \dim(a) = W(\text{Trch})$$

$$(3.3.3 \ 2.2.2 \ 1.1.1) \qquad (3.3.3 \ 2.2.2 \ 1.1.1),$$

und zwar deshalb, weil nur bei dieser (irregulären) Zeichenklasse $W(\text{Trd}) = W(\text{Trch})$ gilt.

Von einem gewissen Interesse dürften auch die Verteilungen der Dimensionzahlen der zwei Gruppen von regierten Zeichenklassen sein:

	$\dim(a) = W(\text{Trd})$	$\dim(a) = W(\text{Trch})$
1	3-2-1	1-1-1
2	3-2-1	1-1-2
3	3-2-1	1-1-3
4	3-2-1	1-2-2
5	3-2-1	1-2-3
6	3-2-1	1-3-3
7	3-2-1	2-2-2
8	3-2-1	2-2-3
9	3-2-1	2-3-3
10	3-2-1	3-3-3

GKl	3-2-1	3-2-1

Da $\dim(a) = W(\text{Trd}) = \langle 3, 2, 1 \rangle$, bestätigt also diese Tabelle, dass Zeichenklassen durch die geordneten Mengen ihrer trichotomischen Stellenwerte eindeutig bestimmt sind.

Bibliographie

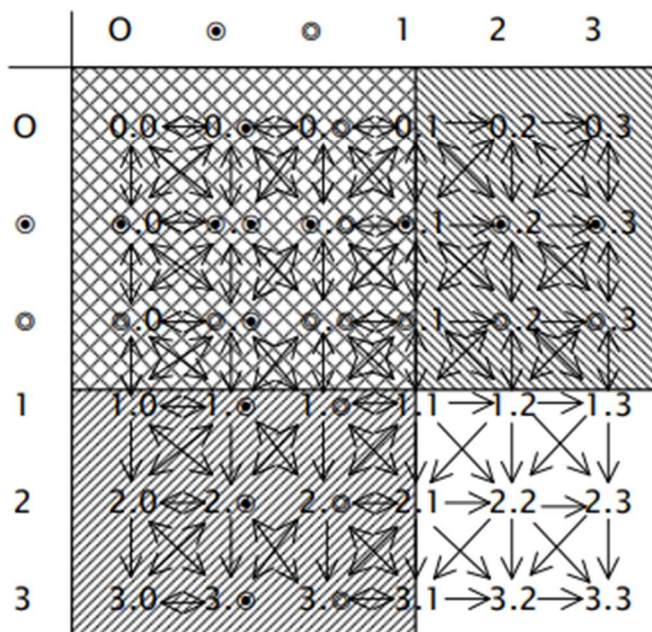
- Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008
 Toth, Alfred, Kategorial- und Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)

Qualitative semiotische Intra- und Trans-Operatoren

1. Wie wir in den letzten Arbeiten gezeigt haben (Toth 2008b-e), besteht die vollständige nicht-transzendente Zeichenrelation

$$ZR_{6,6} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ O.d, \odot.e, \ominus.f) \text{ mit } a, b, c, d, e \in \{.1, .2, .3, .O, .\odot, .\ominus\}$$

aus einer 3-stelligen, einer 2-stelligen, einer 1-stelligen und drei 0-stelligen Partialrelationen. Wegen der letzteren finden sich in dieser sowie sämtlichen Zeichenrelationen, die mindestens eine nicht-transzendente semiotische Kategorie enthalten, neben Ordnungs- auch Austauschrelationen:



Diese Austauschrelationen überschreiten per definitionem semiotisch-ontologische Kontexturgrenzen. Im Anschluss an Kronthaler (1986, S. 52 ff.) und Toth (2003, S. 36 ff.) sind zur Überschreitung der Grenze zwischen Zeichen und Objekt Transoperatoren zuständig. Wir stellen im folgenden nach Toth (2008a, S. 11 ff.) die wichtigsten semiotischen Intra- und Transoperatoren dar.

2.1. Monadische, dyadische, triadische, tetradische, pentadische und hexadische Operationen

2.1.1. 6 Monadische Operationen

(3.a), (2.b), (1.c), (O.d), (⊙.e), (⊖.f)

2.1.2. 15 dyadische Operationen

(3.a \Rightarrow 2.b) (2.b \Rightarrow 1.c) (1.c \Rightarrow O.d) (O.d \Rightarrow ●.e) (●.e, ●.f)
(3.a \Rightarrow 1.c) (2.b \Rightarrow O.d) (1.c \Rightarrow ●.e) (O.d \Rightarrow ●.e)
(3.a \Rightarrow O.d) (2.b \Rightarrow ●.e) (1.c \Rightarrow ●.f)
(3.a \Rightarrow ●.e) (2.b \Rightarrow ●.f)
(3.a \Rightarrow ●.f)

2.1.3. 15 mal 6 = 90 triadische Operationen

2.1.4. 15 mal 15 = 225 tetradische Operation (aus Dyaden)

2.1.5. 120 mal 6 = 720 pentadische Operationen

2.1.6. 720 hexadische Operationen

Neben diesen üblicherweise als "Funktionen" aufgefassten semiotischen Operatoren lassen sich nach Walther (1979, S. 116 ff.) folgende neun weitere Operatoren unterscheiden:

2.2. Substitutor

Zeichen: /

Beispiel: $ZR_{6,6} = (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ O.2 \ ●.3 \ ●.3), (1.1 / 1.2) =$
 $ZR_{6,6} = (3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ O.2 \ ●.3 \ ●.3)$

2.3. Selektor

Zeichen: >

Beispiel: $ZR_{6,6} = (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ O.2 \ ●.3 \ ●.3), (1.1) > (1.2) =$
 $ZR_{6,6} = (3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ O.1 \ ●.3 \ ●.3)$

Bense (1981, S. 108) unterscheidet noch zwischen separativer (/), abstrakter (>) und assoziativer (X) Selektion, wobei die erste Art auf den Mittelbezug, die zweite auf den Objektbezug und die dritte auf den Interpretantenbezug beschränkt ist. Der Selektor ist ein Operator, der nur in Trichotomien auftritt, d.h. also z.B. es gilt nicht: (1.1 > 2.1).

2.4. Koordinator

Zeichen: \mapsto

Beispiel: $ZR_{6,6} = (3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ O.1 \ ●.3 \ ●.3), (2.1) \mapsto (1.1) =$
 $ZR_{6,6} = (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ O.1 \ ●.3 \ ●.3)$

Bense (1983, S. 57) unterscheidet ferner zwischen fundierendem (\mapsto), reflexivem (\leftrightarrow) und analogem (\rightarrow) Koordinator. Der Koordinator ist ein Operator, der nur in Triaden auftritt, d.h. also z.B. es gilt nicht: (1.1 \mapsto 1.2).

2.5. Kreator (Realisator)

Zeichen: \gg

3.1 $\odot.3$

Beispiel: $\wedge > 2.2$ bzw. $\wedge > \mathbf{O}.1$

1.3 $\odot.3$

$\gg (1.3, 3.1) = (2.2), \gg (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$ bzw.

$\gg (\odot.3, \odot.3) = (\mathbf{O}.1), \gg (\odot.3, \mathbf{O}.1, \odot.3)$

2.6. Adjunktor

Zeichen: \cup

Beispiel: $(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \cup (3.1 \ 2.1 \ 1.2) \cup \dots$

$(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \mathbf{O}.1 \ \odot.3 \ \odot.3) \cup (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \mathbf{O}.2 \ \odot.3 \ \odot.3) \cup \dots$

“Adjunktion ist eine Zeichenoperation mit reihendem, verkettendem Charakter” (Bense und Walther 1973, S. 11).

2.7. Superisator

Zeichen: \cap

Beispiel: $(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \cap (3.1 \ 2.1 \ 1.2) \cap \dots$

$(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \mathbf{O}.1 \ \odot.3 \ \odot.3) \cap (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \mathbf{O}.2 \ \odot.3 \ \odot.3) \cap \dots$

“Superisation ist ein Zeichenprozess im Sinne der zusammenfassenden Ganzheitsbildung einer Menge von einzelnen Zeichen zu einer ‘Gestalt’, einer ‘Struktur’ oder einer ‘Konfiguration’” (Bense und Walther 1973, S. 106).

2.8. Iterator

Zeichen: ‘

Beispiel: $(2.1), (2.1)', (2.1)'' , \dots$

$(\mathbf{O}.1), (\mathbf{O}.1)', (\mathbf{O}.1)'' , \dots$

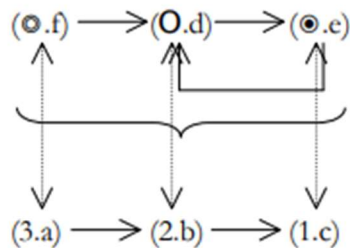
“Iteration ist eine Operation, die alle Teilmengen des Zeichenrepertoires gewinnt, als Potenzmengenbildung darstellbar ist” (Bense und Walther 1973, S. 46).

2.9. Thetische Einführung

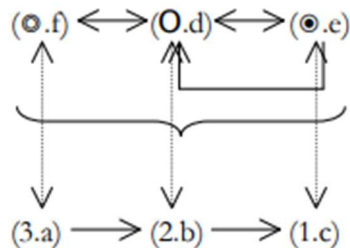
Zeichen: \vdash

Beispiel: $\vdash (3.a) \rightarrow (2.b) \rightarrow (1.c)$

Bei der quantitativen thetischen Einführung substituiert ein Interpretant für ein Objekt ein Mittel. Dabei kann allerdings nicht unterschieden werden, dass der Interpretant ja nicht der Interpret ist, der in Wahrheit erstens ein Kommunikationsbedürfnis hat, zweitens, um dieses auszudrücken, ein disponibles Mittel sucht, um mit diesem ein kategoriales Objekt zu substituieren und so das kategoriale Objekt dergestalt in ein Metaobjekt (Bense 1967, S. 9) transformiert, indem dieses durch einen Mittelbezug für sein und anderer Bewusstsein bezeichnet wird. Die qualitative "thetische Einführung" muss also ungefähr wie folgt aussehen:



Das Schema der Interpretation natürlicher Zeichen, Anzeichen, Symptomen usw. unterscheidet sich vom obigen Schema nur gering, indem hier das disponible Mittel ein natürlicher Teil des kategorialen Objektes ist (wie etwa die Eisblume eine Funktion der Kälte oder die Geschwulst ein Teil der Krankheit):



2.10. Autoreproduktor

Zeichen: \lceil

Beispiel: $(2.3) \lceil (2.3)$

Wegen ihrer 0-Stelligkeit können sich qualitative Kategorien jedoch nicht autoreproduzieren. Autoreproduktion ist also eine rein quantitative Operation für n-stellige Relationen mit $n > 0$.

Nicht zu den Operatoren zählt Walther den Dualisator, den Bense (1976, S. 53 ff.) eingeführt hatte und der eine Zeichenklasse eindeutig auf seine Realitätsthematik bzw. umgekehrt abbildet:

2.11. Dualisator

Zeichen: \times

Beispiel: $(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3)$

$(3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{O}.1\ \odot.3\ \odot.3) \times (3.\odot\ 3.\odot\ 1.\mathbf{O}\ 1.1\ 1.2\ 1.3)$

Bense selbst hat noch zwei weitere Operationen in die Semiotik eingeführt, von denen sich nur die erste mehr oder weniger etabliert hat:

2.12. Mitführung

Zeichen: keines

“Mitführung heisst, dass das ‘Präsentamen’ im ‘Repräsentamen’ graduell bzw. partiell erhalten bleibt” (Bense 1979, S. 43). In einer qualitativen Zeichenrelation, d.h. einer Zeichenrelation, welche mindestens eine nicht-transzendente semiotische Kategorie enthält, ist die jener transzendenten entsprechende nicht-transzendente Kategorie nicht nur partiell, sondern komplett mitgeführt.

2.13. Additive Assoziation

Zeichen: keines

“Man geht also von den beiden Anordnungen der fundamentalkategorialen dreistelligen Ordnungsrelationen aus:

3. 2. 1.
 .1 .2 .3

und gewinnt durch additive Assoziation die Subzeichenfolge der diagonalen dualinvarianten Zeichenklassen-Realitätsthematik $(3.1\ 2.2\ 1.3)$ ” (Bense 1981, S. 204). Diese Operation ist auch auf die qualitativen semiotischen Fundamentalkategorien anwendbar.

Im folgenden werden einige weitere semiotische Operatoren bzw. Operationen eingeführt, die für die polykontexturale Semiotik benutzt worden waren (vgl. Toth 2003, S. 36 ff.).

2.14. Löschen

Zeichen: L_i : Löschen der i-ten Stelle

Beispiel: $L_7 (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{O}.1, \odot.3, \odot.3) = (3.1\ 2.1\ 1.1\ \emptyset.1, \odot.3, \odot.3)$

Durch (teilweise wiederholte) Löschoptionen können Zeichenklassen ihre Zugehörigkeit zu Zeichenrelationen $ZR_{m,n}$ wechseln. So kann etwa die Zkl $(3.1\ 2.1\ 1.1\ \odot.3\ \odot.3)$ über $ZR_{5,5}$ aus einer Zeichenklasse über $ZR_{n,m}$ mit $n > 5$ und $m \geq 3$ durch Löschoptionen hergestellt werden. Der umgekehrte Prozess wird in 2.15. dargestellt.

2.15. Belegen

Zeichen: B_{ik} : Belegen der i-ten Stelle mit Wert k

Beispiel: $B_{7\emptyset} (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.1}\ \emptyset.3\ \odot.3) = (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.1}\ \odot.3\ \odot.3)$

2.16. Maximierung

Zeichen: Max_i : Erhöhen der i-ten Stelle auf Maximalwert

Beispiel: $\text{Max}_8 (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.1}\ \odot.3\ \odot.3) = (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.3}\ \odot.3\ \odot.3)$

2.17. Minimierung

Zeichen: Min_i : Senken der i-ten Stelle auf Minimalwert

Beispiel: $\text{Min}_8 (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.3}\ \odot.3\ \odot.3) = (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.1}\ \odot.3\ \odot.3)$

2.18. Belegungswechsel

Zeichen: w_{ik} : Belegungswechsel $w_i \rightarrow k$

Beispiel: $w_{82} (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.3}\ \odot.3\ \odot.3) = (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.2}\ \odot.3\ \odot.3)$

2.19. Transposition

Zeichen: T_{ik} : Transposition von w_i und w_k

Beispiel: $w_{68} (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.3}\ \odot.3\ \odot.3) = *(3.1\ 2.1\ 1.3\ \mathbf{0.1}\ \odot.3\ \odot.3)$

Eine m-stellige Transposition ist eine Permutation. Bei Zkln entspricht sie also der Dualisation (2.11.).

Beispiel: $w_{31211103\odot_3\odot_3} (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.3}\ \odot.3\ \odot.3) = (3.\odot\ 3.\odot\ 3.\mathbf{0}\ 1.1\ 1.2\ 1.3)$

2.20. Reflexion

Zeichen: R_{\dots} : Teilreflexion der insgesamt i mit "•" gekennzeichneten Stellen

Beispiel: $R_{\dots\dots\dots} (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.3}\ \odot.3\ \odot.3) = *(3.\odot\ 3.\odot\ 3.\mathbf{0}\ 3.1\ 2.1\ 1.1)$ (irregulär)

Eine m-stellige Reflexion R_m ist eine Totalreflexion.

2.21. Addition

Zeichen: +

Beispiel: $(3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.1}\ \odot.2\ \odot.3) + (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.2}\ \odot.3\ \odot.3) = (3.1\ 2.1\ 1.1\ \mathbf{0.2}\ \odot.3\ \odot.3)$

Die Addition entspricht damit der verbandstheoretischen Vereinigung (vgl. Toth 2007, S. 71 ff.).

2.22. Subtraktion

Zeichen: –

$$\text{Beispiel: } (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \text{O}.3 \ \odot.3 \ \ominus.3) - (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \text{O}.1 \ \odot.2 \ \ominus.2) = \\ (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \text{O}.1 \ \odot.2 \ \ominus.2)$$

Die Subtraktion entspricht damit der verbandstheoretischen Durchschnittsbildung (vgl. Toth 2007, S. 71 ff.).

2.2.23. Zerteilung

Zeichen: $Z_{m;j} = Z(\cap_i \cap_j)$: Zerteilung in zwei Teile der Länge i und j ; $i + j = m$

$$\text{Beispiel: } Z_{2,10} (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \text{O}.3 \ \odot.3 \ \ominus.3) = (3.1); (2.1 \ 1.1 \ \text{O}.3 \ \odot.3 \ \ominus.3)$$

Z_m ist der Zerfall in lauter Einzelteile der Länge 1.

$$\text{Beispiel: } Z_{12} (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \text{O}.3 \ \odot.3 \ \ominus.3) = 3, 1, 2, 1, 1, 1, \text{O}, 3, \odot, 3, \ominus, 3$$

Die Zerteilung ist also die Operation, die der von Arin (1981, S. 328 ff.) eingeführten semiotischen Katastrophe zugrunde liegt. Da jedes Zeichen einmal thetisch eingeführt oder als Anzeichen, Zeichen für, Symptom usw. interpretiert wurde, muss der qualitative Zeichenzerfall natürlich auch die Auflösung der transzendenten in die nicht-transzendenten semiotischen Kategorien mit sich bringen; wir wollen hier von kategorialer Absorption sprechen:

$$3 \rightarrow \odot$$

$$2 \rightarrow \text{O}$$

$$1 \rightarrow \ominus$$

2.24. Normalformoperator

Mit Hilfe von Normalformoperatoren (N_i) können irreguläre Zeichenklassen in reguläre überführt werden. Wegen der semiotischen Inklusionsordnung, die für jede Zeichenklasse gilt und deshalb, weil die qualitativen semiotischen Kategorien punkto Position in Zeichenklassen nicht eindeutig festgelegt sind (vgl. Toth 2008e), sind Normalformoperatoren meistens mehrdeutig.

$$\text{Beispiel: } N^*(3.2 \ 2.1 \ 1.2 \ \text{O}.3 \ \odot.3 \ \ominus.3) = (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ \text{O}.1 \ \odot.1 \ \ominus.1); \\ (3.2 \ 2.2 \ 1.2 \ \text{O}.2 \ \odot.2 \ \ominus.2); \\ (3.1 \ 2.2 \ 1.2 \ \text{O}.2 \ \odot.2 \ \ominus.2); \\ (3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ \text{O}.2 \ \odot.2 \ \ominus.2); \dots$$

$$\begin{aligned}
 N*(3.1\ 2.1\ 1.1\ O.3\ \odot.3\ \odot.3) &= (O.3\ \odot.3\ \odot.3\ 3.1\ 2.1\ 1.1) = \\
 &(3.3\ 2.3\ 1.3\ \odot.3\ \odot.3\ O.3); \\
 &(3.1\ 2.1\ 1.1\ O.1\ \odot.1\ \odot.1); \\
 &(3.2\ 2.2\ 1.2\ O.2\ \odot.2\ \odot.2); \dots
 \end{aligned}$$

Bibliographie

- Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981
- Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
- Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
- Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
- Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
- Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
- Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
- Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007
- Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008 (2008a)
- Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. Ms. (2008b)
- Toth, Alfred, Eigenrealität und Kategorienrealität in balancierten und unbalancierten semiotischen Systemen. Ms. (2008c)
- Toth, Alfred, Semiotische Zwischenzahlbereiche. Ms. (2008d)
- Toth, Alfred, Semiotische Zwischenzahlbereiche II. Ms. (2008e)
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotisch-wahrscheinlichkeitstheoretische Operationen

1. Ich hatte bereits in einer früheren Arbeit (Toth 2009c) darauf aufmerksam gemacht, dass es möglich ist, dimensionierte Zeichenklassen zu addieren. In dieser Arbeit soll gezeigt werden, dass die logischen Operationen Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation und Äquivalenz auch für die semiotische Wahrscheinlichkeitslogik definierbar sind.

2. Wir definieren ZA als die Menge aller zulässigen semiotischen Ausdrücke (monadische, dyadische, triadische, evtl. tetradische Relationen). Die Menge aller ZA soll Ω heissen. Dann ordnet der δ -Operator

$$\delta: \Omega \rightarrow [1/6; 1]$$

jedem ZA einen semiotischen Wahrscheinlichkeitswert aus dem semiotischen Einheitsintervall zu. Man beachte, dass nach Toth (2009a) die semiotische Logik eine Logik ohne Nichts ist, und dass sie, auch wenn eine semiotische Negation über den Exklusor eingeführt wird, nie den absoluten Nullpunkt des das Nichts designierenden Wertes erreicht (Toth 2009b). Ferner beachte man, dass Ω streng genommen über drei Einheitsintervallen operiert, auch wenn diese schliesslich numerisch identisch sind, nämlich die Einheitsintervalle der drei Modalkategorien Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit.

2.1. Trotz dieser Einschränkung können wir die semiotisch-logische Negation wie folgt definieren:

$$\neg := \delta(\neg a) = 1 - \delta(a)$$

Nehmen wir als Beispiel die Zeichenklasse

$$1. \quad ((1/6) \ 3.1 \ (1/6) \ 2.1 \ (4/6) \ 1.1)$$

Wir müssen also 3 Negationen, nämlich die Negation der Notwendigkeit, die Negation der Wirklichkeit und die Negation der Möglichkeit gesondert ausrechnen:

$$\neg((1/6) \ 3.1) = 5/6 \ (3.1)$$

$$\neg((1/6) \ 2.1) = 5/6 \ (2.1)$$

$$\neg((4/6) \ 1.1) = 2/6 \ (1.1)$$

Die einzigen Zeichenklassen, bei denen die drei Negationen identisch sind, sind die eigenreale und die kategorienreale Klasse:

$$\neg((2/6) \ 3.1) = 4/6 \ (3.1) \quad \neg((2/6) \ 3.3) = 4/6 \ (3.3)$$

$$\neg((2/6) \ 2.2) = 4/6 \ (2.2) \quad \neg((2/6) \ 2.2) = 4/6 \ (2.2)$$

$$\neg((2/6) \ 1.3) = 4/6 \ (1.3) \quad \neg((2/6) \ 1.1) = 4/6 \ (1.1)$$

2.2. Wir können die semiotisch-logische Konjunktion wie folgt definieren:

$$\wedge := \delta(a \wedge b) = \min(\delta(a), \delta(b))$$

Hier ergeben sich wegen der Triadizität der Zeichenklassen wiederum drei Möglichkeiten. Nehmen wir als Beispiel die Zeichenklasse

$$2. \quad ((1/6) \text{ 3.1 } (2/6) \text{ 2.1 } (3/6) \text{ 1.2}) \times ((3/6) \text{ 2.1 } (2/6) \text{ 1.2 } (1/6) \text{ 1.3})$$

Die drei möglichen Konjunktionen sind:

$$\delta((1/6) \wedge (2/6)) = \min((1/6), (2/6)) = (1/6)$$

$$\delta((1/6) \wedge (3/6)) = \min((1/6), (3/6)) = (1/6)$$

$$\delta((2/6) \wedge (3/6)) = \min((2/6), (3/6)) = (2/6)$$

2.3. Entsprechend definieren wir die semiotische-logische Disjunktion wie folgt:

$$\vee := \delta(a \vee b) = \max(\delta(a), \delta(b))$$

Wenn wir wiederum die gleiche Zeichenklasse nehmen, ergeben sich die drei möglichen Disjunktionen als:

$$\delta((1/6) \vee (2/6)) = \max((1/6), (2/6)) = (2/6)$$

$$\delta((1/6) \vee (3/6)) = \max((1/6), (3/6)) = (3/6)$$

$$\delta((2/6) \vee (3/6)) = \max((2/6), (3/6)) = (3/6)$$

2.4. Wir kommen zur semiotisch-logischen Implikation:

$$\rightarrow := \delta(a \rightarrow b) = \min(1, 1 + \delta(b) - \delta(a))$$

Auch hier haben wir wegen der Triadizität der Zeichenklassen drei Möglichkeiten:

$$\delta((1/6) \rightarrow (2/6)) = \min(1, 1 + (2/6 - 1/6)) = 1$$

$$\delta((1/6) \rightarrow (3/6)) = \min(1, 1 + (3/6 - 1/6)) = 1$$

$$\delta((2/6) \rightarrow (3/6)) = \min(1, 1 + (3/6 - 2/6)) = 1$$

2.5. Zuletzt definieren wir die semiotisch-logische Äquivalenz:

$$\leftrightarrow := \delta(a \leftrightarrow b) = 1 - [\delta(a) - \delta(b)]$$

$$\delta((1/6) \leftrightarrow (2/6)) = 1 - [(1/6 - 2/6)] = 1 - (-1/6) = 1 \frac{1}{6}$$

$$\delta((1/6) \leftrightarrow (3/6)) = 1 - [(1/6 - 3/6)] = 1 - (-2/6) = 1 \frac{2}{6}$$

$$\delta((2/6) \leftrightarrow (3/6)) = 1 - [2/6 - 3/6] = 1 - (-1/6) = 1 \frac{1}{6}$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotik und Wahrscheinlichkeitslogik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Wahrscheinlichkeitslogische Komplementarität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Die zirkulären Transformationsstrukturen der semiotischen Wahrscheinlichkeitsmengen am Ende der Reise ins Licht

Wie in Toth (2009) gezeigt wurde, gibt es im vollständigen Zeichennetz der 10 Zeichenklassen und ihrer je 6 Permutationen genau fünf 5 Teilnetze – man könnte sie Zeichenreihen nennen –, in welchen der semiotische Wahrscheinlichkeitswert (-25) auftaucht, der höchste mögliche Wert im Zeichennetz und zugleich der einzige, der nicht positiv auftreten kann. Wie im folgenden gezeigt werden soll, entstehen an diesen fünf Polen, an denen die Reise ins Licht (vgl. Fassbinder 1978, Toth 2008) zum Ende kommt (vgl. die letzte Einstellung in Fassbinders "Despair", die Verhaftung von Hermann Hermann), zirkuläre Transformationsstrukturen, welche auf formaler semiotischer Ebene die Ausweglosigkeit der Situationen repräsentieren mögen. In diesem Aufsatz werden diese den 5 Teilnetzen entsprechenden 5 Strukturen dargestellt. Man beachte, dass die zweidimensionalen Tabellen, die wir zur Darstellung der zirkulären Transformationsstrukturen benötigen, in ihrer Länge variieren, und zwar abhängig von der Anzahl der "Kehren".



Hermann Hermann (Sir Dirk Bogarde, rechts) erkennt auf seiner Reise ins Licht seinen "Doppelgänger" Felix Weber (Klaus Löwitsch)



Hermann Hermann am Ende seiner Reise ins Licht.

I

-25

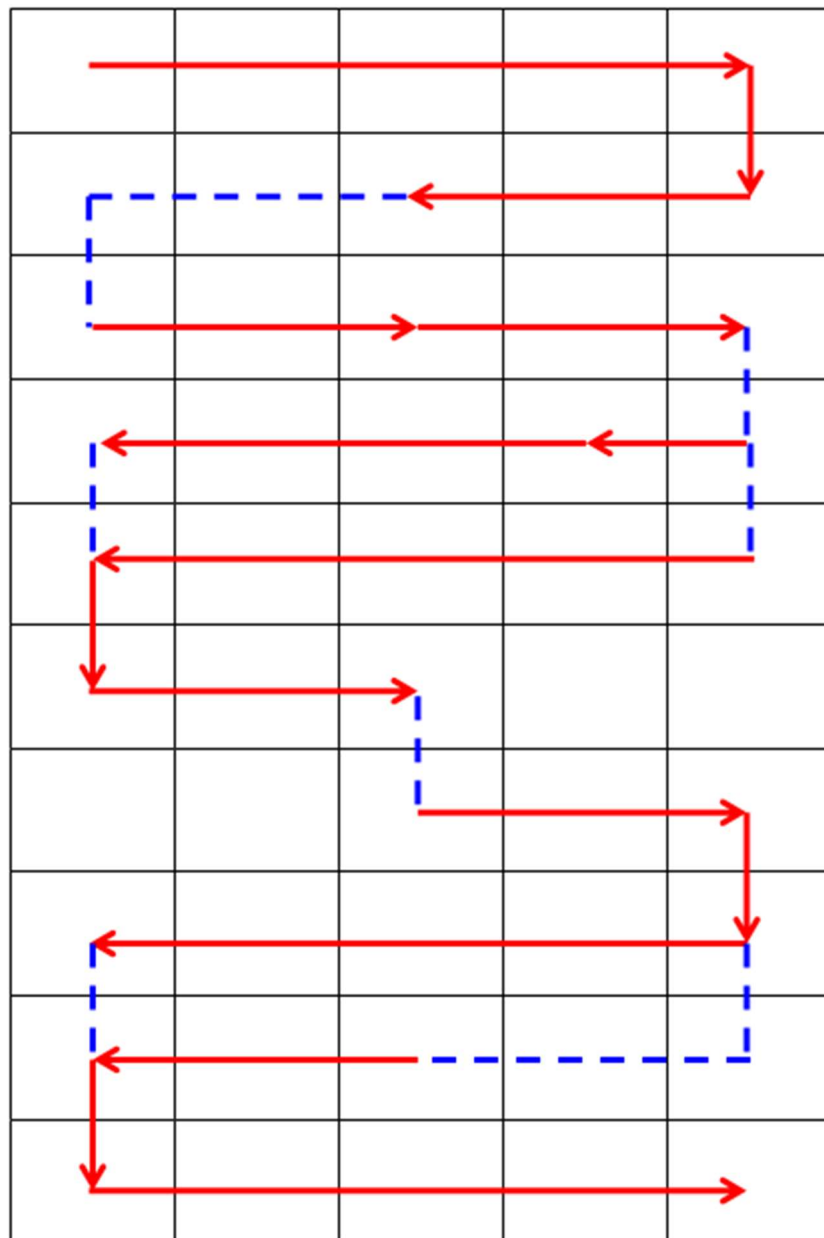
$-16\frac{1}{2}$

$-8\frac{1}{2}$

0

$8\frac{1}{2}$

$16\frac{1}{2}$

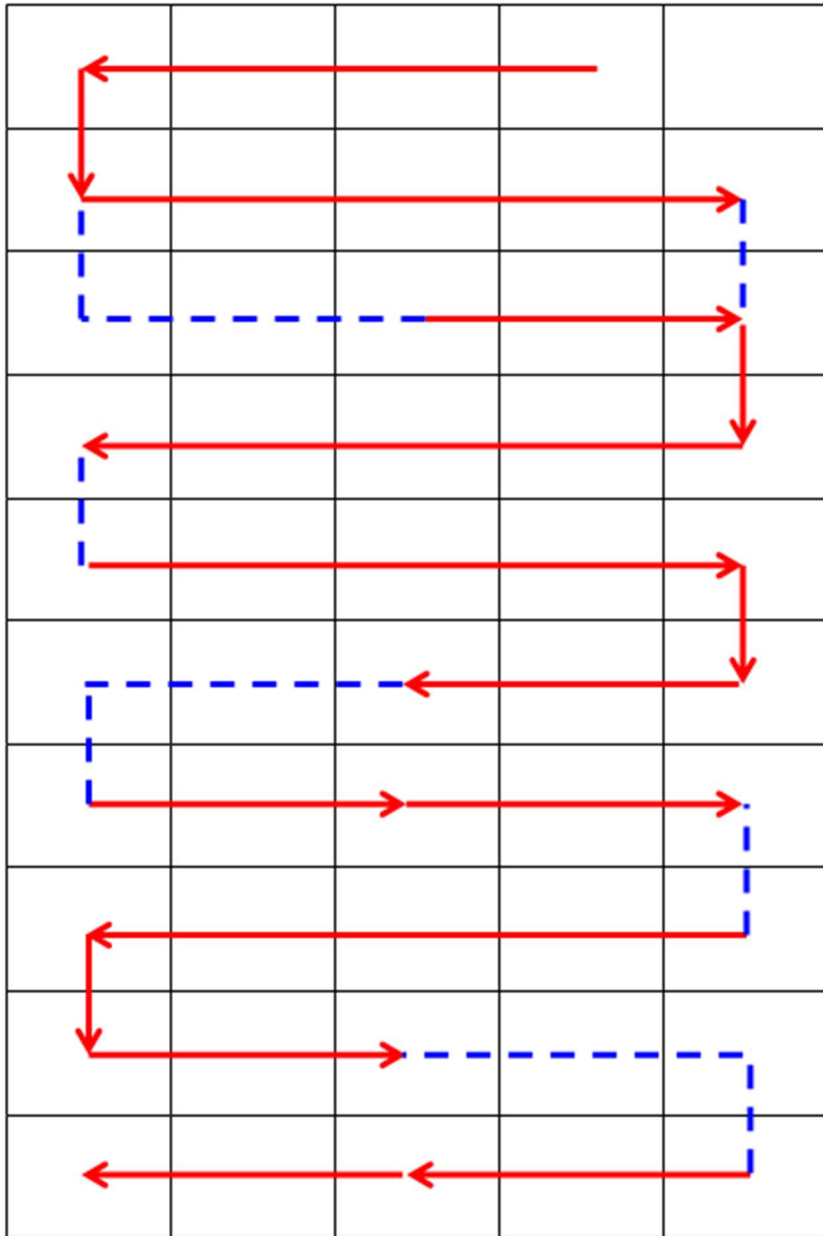


II

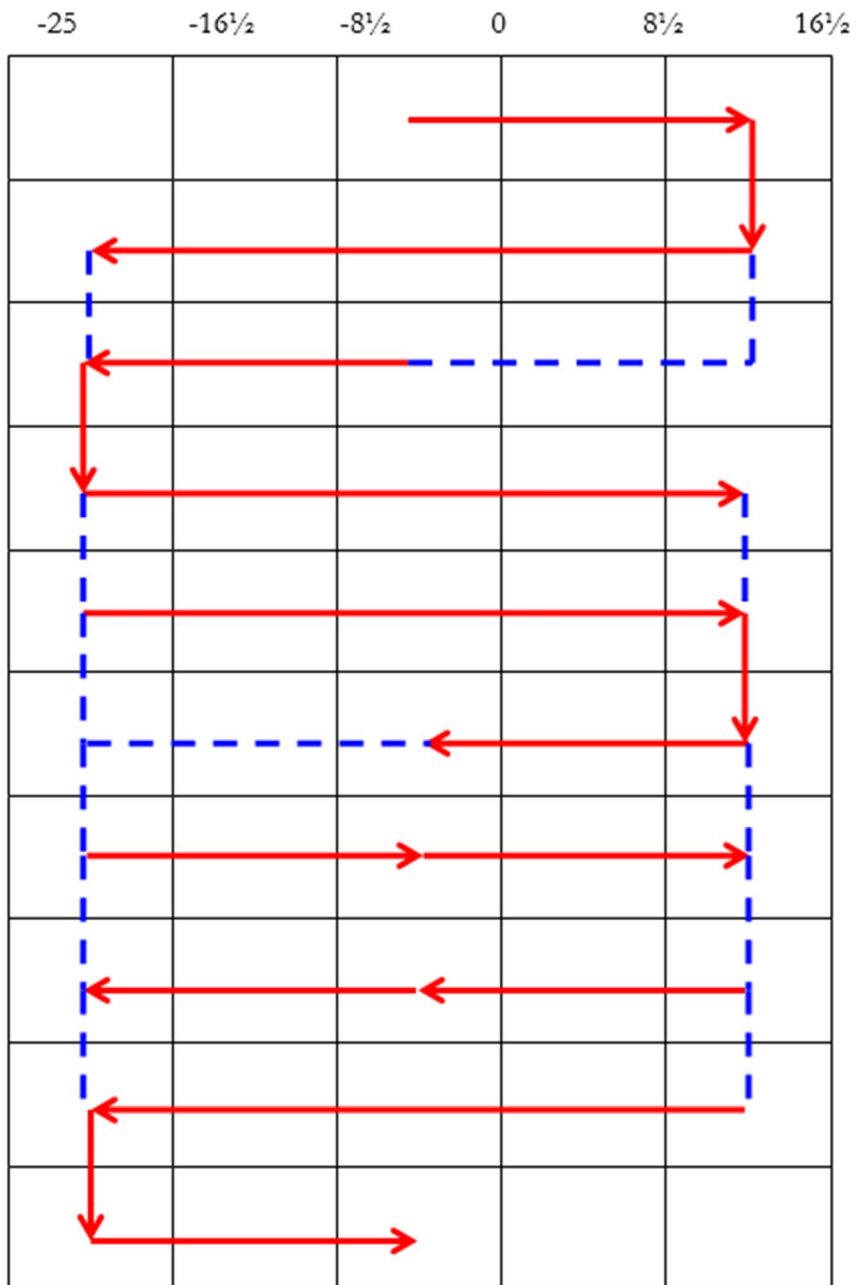
-25

 $-16\frac{1}{2}$ $-8\frac{1}{2}$

0

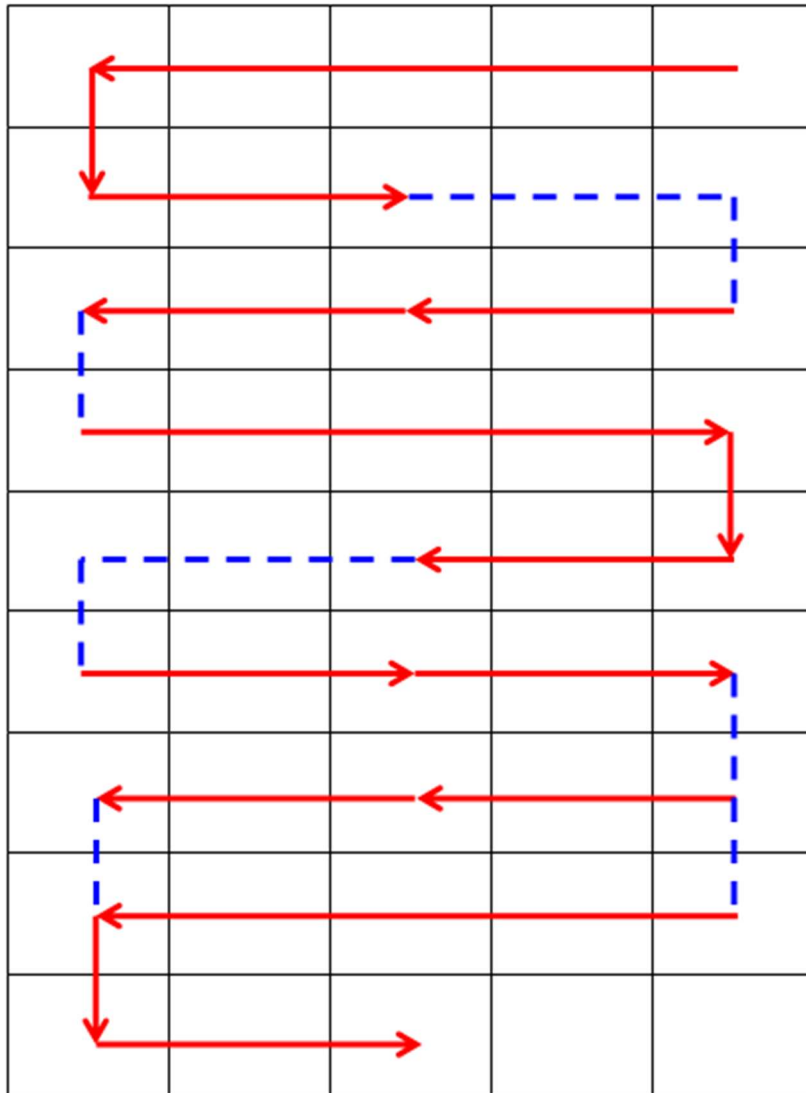
 $8\frac{1}{2}$ $16\frac{1}{2}$ 

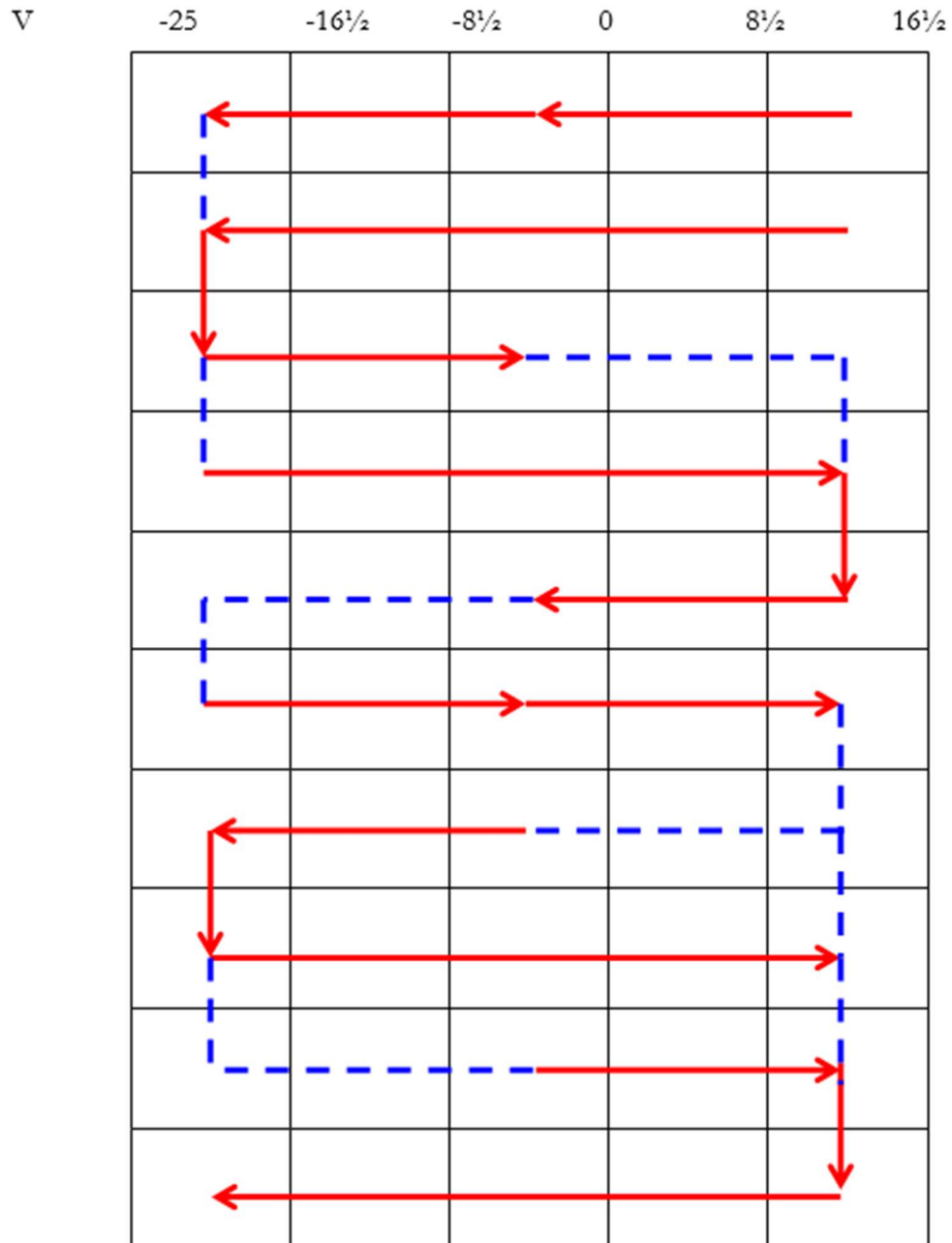
III



IV

-25 -16½ -8½ 0 8½ 16½





Bibliographie

Fassbinder, Rainer Werner, Despair. Eine Reise ins Licht. Hauptrollen: Sir Dirk Bogarde, Andr ea Ferr ol, Klaus L owitsch. Uraufgeführt am 19. Mai 1978 in Cannes.

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Reise ins Licht vom Standpunkt der semiotischen Wahrscheinlichkeitswert-Mengen.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Contextural operations on sub-signs

1. As Kronthaler (1986, pp. 36 ss.) and Toth (2003, pp. 36 ss.) have shown extensively, there are two kinds of operators on qualitative numbers: intra- and inter- (or trans-) operators. Intra-operators work inside of a contexture, inter-operators between contextures. As it is known from elementary semiotic arithmetic, sub-signs can be changed by adding the unit of a representation value (Rpv) to either the triadic or the trichotomic value. Thus, by simple addition or subtraction of $Rpv = 1$, one can produce the complete semiotic matrix, f. ex.

$(1.1) + (0.1) = (1.2); (1.1) + (1.0) = (2.1); (1.1) + (1.1) + (1.0) = (3.2)$, etc.

1.1 _{1,3}	1.2 ₁	1.3 ₃
2.1 ₁	2.2 _{1,2}	2.3 ₂
3.1 ₃	3.2 ₂	3.3 _{2,3}

2. Changing sub-signs by addition of $Cv = +1$

1.1 _{1,3}	1.2 ₁	1.3 ₃
+1,0	+1,0	+1,0

1.1 _{2,3}	1.2 ₂	1.3 ₄

(1.1) is now in the contextures of (3.3), (1.2) in the contexture of (2.3/3.4). The contexture of (1.3) is not defined over 3-cont. SR.

2.1 ₁	2.2 _{1,2}	2.3 ₂
+1,0	+1,0	+1,0

2.1 ₂	2.2 _{2,2}	2.3 ₄

(2.1) belongs now to the contexture of (2.3/3.2). (2.2) is excluded, since contextuated sub-signs cannot be self-referential! The new contexture of (2.3) is not defined over 3-cont. SR.

3.1 ₃	3.2 ₂	3.3 _{2,3}
+1,0	+1,0	+1,0

3.1 ₄	3.2 ₃	3.3 _{3,3}
------------------	------------------	--------------------

The new contexture of (3.1) is not defined over 3-cont. SR. (3.2) is now in the contexture von (1.3/3.1). (3.3) would be again a case, where a sub-sign – in contrast with the abolishment of the logical law of identity – could be self-identical.

2. Changing sub-signs by subtraction of Cv = +1

1.1 _{1,3}	1.2 ₁	1.3 ₃
-1,0	-1,0	-1,0

1.1 _{0,3}	1.2 ₀	1.3 ₂
--------------------	------------------	------------------

(1.1) is now in the contextures of (1.3/3.1), (1.2) in the contexture 0, which is not defined. (1.3) is now in the contexture (1.2/2.1).

2.1 ₁	2.2 _{1,2}	2.3 ₂
-1,0	-1,0	-1,0

2.1 ₀	2.2 _{0,2}	2.3 ₁
------------------	--------------------	------------------

A contexture 0 is not defined. (2.2)₂ is excluded, since identitive morphisms must have at least two (different) indices. (2.3) is not in the contexture of (1.2/2.1).

3.1 ₃	3.2 ₂	3.3 _{2,3}
-1,0	-1,0	-1,0

3.1 ₂	3.2 ₁	3.3 _{1,3}
------------------	------------------	--------------------

(3.1) is now in the contexture of (2.3/(3.2)), (3.2) in the contexture of (1.2/2.1), and (3.3) is in the contexture of (1.1).

As one sees, by simple addition or subtraction, one can reach any other of the several n-contextural matrices (cf. Toth 2009).

Bibliography

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Mein 1986

Toth, Alfred Die Hiochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Polycontextural matrices. In: Electronic Journal for Mathematiaal Semiotics, 2009

Polycontextural semiotic operations

1. Contextures and number structures

On the basis of Rudolf Kaehr’s work (cf. bibliography), it is now possible, to reformulate the contexture-free polycontextural.-semiotic notations given in Toth (2003, pp. 36 ss.) in order to obtain a relatively complete organon of polycontextural semiotic operations which form, together with other topics, the heart of polycontextural semiotics. This will turn out to be of much bigger importance than the analysis of sub-signs or semioses.

2. The following table gives the three number structures of proto-, deuterio- and trito-numbers for the first three contextures C1 – C3:

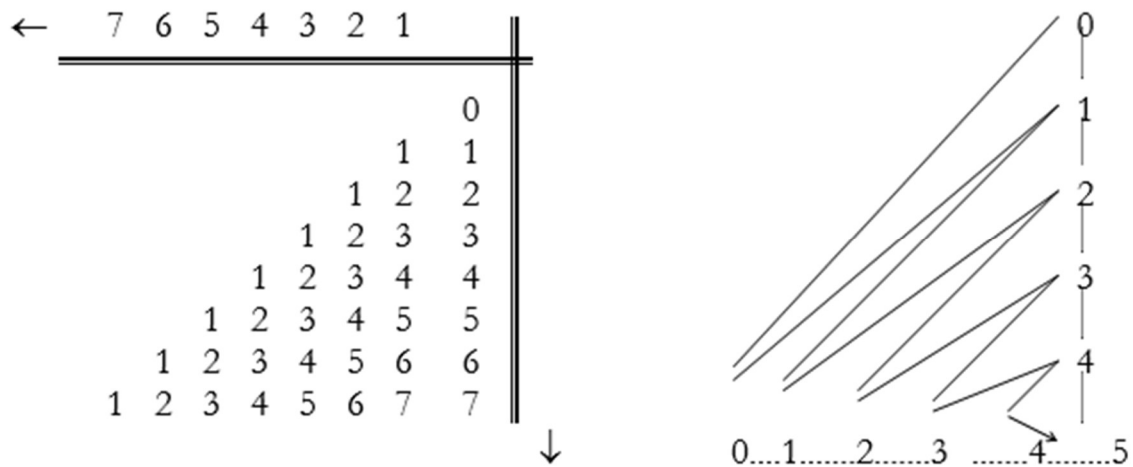
Proto	Deutero	Trito	Deci	
0	0	(1.1), (1.2), (2.1), (2.2)	0 0	C1
00 01	00 01	(2.2), (2.3), (3.2), (3.3)	00 0 01 1	C2
000 001 012	000 001 012	(1.1), (1.3), (3.1), (3.3)	000 0 001 1 010 3 011 4 012 5	C3

As one sees easily, we have

Trito-Structure \subset Deutero-Strucure \subset Protostructure, but
 $C1 \not\subset C2 \not\subset C2$.

According to the decimal equivalents to the right, we also see 1) that the Peano number 2 cannot be represented by a kenogramm, and 2) that many numbers are represented in different contextures and number structures. However, with that, the question arises how trito-numbers are to be introduced. Günther (1976-80, II, p. 261) had suggested that qualitative numbers are counted along two number axes which are orthogonal to one another. Therefore, trito-

numbers are introduced, like proto- and deutero-numbers, but different from the Peano numbers, in a two-dimensional, planar way.



Summing up: In order to inaugurate a qualitative mathematics and a structural semiotics, proto- and deutero-numbers are not sufficient, because they still can be displayed in pure quantities, i.e. as pairs ($m:n$) and as partitions (m^n). Since this is not the case anymore for trito-numbers, they form the basis for qualitative mathematics and structural semiotics. However, one must not forget that the trito-numbers are just *differentiae specifiae* of the deutero-numbers, and the deutero-numbers just *differentiae specifiae* of the proto-numbers (cf. in German Individuum-Art-Gattung).

2. Polycontextural operators

We differentiate between Intra- and Trans-operators (cf. Kronthaler 1986, pp. 37 ss.). Intra-operators connect qualitative numbers of the same quality, i.e. the same length, and cannot go out of a contexture. Trans-operators connect qualitative numbers of different qualities, i.e. length, and go between different contextures.

2.1. Intra-operators

2.1.1. Ein- und mehr-stellige Intra-Operatoren

As examples, trito-numbers are chosen, since several operators are non-trivial only for those. As examples for mappings of sub-signs and sign-relations to kenograms cf. Toth (2009).

2.1.1.1. Delete

Symbol: L^i . Deletes the i -th position, i.e. of w_i .

Example for $i = 1$: $L^0(001023) = \emptyset 01023$

Example for $i = 2$: $L^{1,3}(001023) = 0\emptyset 1\emptyset 23$.

Example for $i = m^*$ (delete all positions):

$L_6(001023) = \emptyset\emptyset\emptyset\emptyset\emptyset\emptyset$.

2.1.1.2. Insert

Symbol: B^i_h . Inserts the value h in the place i .

Example for $i = 3$ and $h = 2$: $B^3_2(001\emptyset 23) = 001223$.

Example for $i = 1, j = 3, h = 0$ and $k = 0$: $B^{1_0^3_0}(0\emptyset 1\emptyset 23) = 001023$.

Example for B_{h, k, \dots, l, m^*} (Insert h, k, \dots, l, m into all places):

$B_{001023}(\emptyset\emptyset\emptyset\emptyset\emptyset\emptyset) = 001023$.

2.1.1.3. Nulling

Symbol: N^i . Nulling of the i -th position, d.h. $w_i \rightarrow 0$.

Example for $i = 5$: $N^5(001023) = 001020$.

Example for N^{ij} ($w_i \rightarrow 0$ und $w_j \rightarrow 0$), $i = 4, j = 5$: $N^{45}(001023) = 001000$.

Example for N_{m^*} (Nulling of all positions): $N_6(001023) = 000000$.

2.1.1.4. Maximizing

Symbol: M^i . Maximizing w_i .

Example for $i = 1$: $M^1(001023) = 011023$.

Example for M^{ij} (Maximizing of w_i and w_j), $i = 1, j = 2$:

$M^{1,2}(001023) = 012023$.

Example for M_{m^*} (maximizing of all positions): $M_6(001023) = 012345$.

2.1.1.5. Change of insertion

Symbol: W^i_h . $w_i \rightarrow h$.

Example for $i = 3, h = 1$: $W^3_1(001023) = 001123$.

Example for $W^i_{h^j_k}$ ($w_i \rightarrow h$ and $w_j \rightarrow k$), $i = 3, h = 1, j = 5, k = 1$:

$W^{3_1^5_1}(001023) = 001121$.

Example for $W_{h, k, \dots, l, m}^*$ (Change of insertion of all places): $W_{012000}(001023) = 012000$.

2.1.1.6. Transposition

Symbol: $T_{h,i}^i$. Transposition of w_i and w_h .

Example for $i = 3, h = 4$: $T_{4,3}^3(001023) = 001203$.

Example for $T_{h,i}^j$ ($w_i \rightarrow w_h$ and $w_j \rightarrow w_k$), $i = 3, h = 4, j = 4, k = 5$:

$T_{4,3}^{4,5}(001023) = 001230$.

For complete transposition cf. 2.1.1.7. Permutation.

2.1.1.7. Permutation

Symbol: $P_{i_0 \dots i_{m-1}}^*$. $w_0 \dots w_{m-1} \rightarrow w_{i_0} \dots w_{i_{m-1}}$.

Example: $P_{124530}(001023) = 012300$.

2.1.1.8. Partial reflection

Symbol: $R^{\square\square\square\square\blacksquare}$. Partial reflection of the i positions, marked by \blacksquare .

Examples: $R^{\square\square\blacksquare\square}(001023) = 001320 = 001230$.

$R^{\blacksquare\square\square\square}(001023) = 010023$.

Example for R_m^* (total reflection): $R_6(001023) = 320100 = 012300$.

2.1.1.9. Quasi Intra Reflection

Symbol: $\text{r}R^{\square\square\square\square\blacksquare}$. Works like 2.1.1.8., however, not as mapping $K_m \rightarrow K_m$, but into the reflected contexture $K_m \rightarrow {}_mK$, i.e., normal form transformation which may be necessary after the reflection, works not on K_m , but on ${}_mK$.

Example: $\text{r}R^{\square\square\blacksquare\square}(001023) = 0320100$.

Example for $\text{r}R_m^*$ (Quasi-Intra-Total-Reflection): $\text{r}R_m(001023) = 320100$.

2.1.2. One-PLACED Intra Operators

2.1.2.1. Normal form Operator

Symbol: $N: PN \rightarrow PN, DN \rightarrow DN, TN \rightarrow TN$ ($PN =$.Proto-number, etc).

Example: $N(2838538) = 0121321$.

2.1.2.2. Constancy Operator

The constancy operator K_{z_m} maps all kenograms onto $z_m \in K_m$ ab. Special cases are the operators L_m (chap. 2.1.1.1.), N_m (chap. 2.1.1.3) und M_m (chap. 2.1.1.4).

2.1.2.3. Reflectors

Symbol: $R_m, {}^rR_m. T_m \rightarrow {}_mT$, cf. chap. 2.1.1.8. and chap. 2.1.1.9.

2.1.2.4. Intra-Successor

2.1.2.4.1. Proto-Intra-Successor i_pN_m

Examples: p_m 0000 0001 0012
 p'_m 0001 0012 0123

2.1.2.4.2. Deutero-Intra-Successor i_dN_m

Examples: d_m 000123, 0001112223, 00123
 d'_m 001122, 0001112233, 01234

2.1.2.4.3. Trito-Intra-Successor i_tN_m

Examples: t_m 00 n
 t'_m 01 t'_m $0^1 \leftrightarrow \underline{1}^1$
 t_m 000, 000, 000
 t'_m 010, 001, 012
 t_m 0000, 0000, 0000, 0000
 t'_m 0010, 0001, 0012, 0123

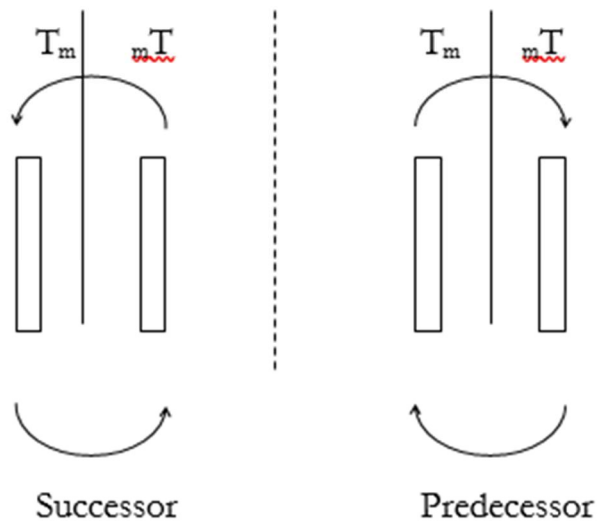
2.1.2.5. Intra-Predecessor

2.1.2.6. n-times Intra-Successor ${}^iN^n$ and -Predecessor ${}^iV^n$

If the successor iN_m or the predecessor iV_m , respectively, work n-times after one another then we have ${}^iN^n_m$ bzw. ${}^iV^n_m$ (Kronthaler 1986, p. 45).

2.1.2.7. Total Reflector rR_m

Inside of the complete system



for every kenogram „the number of its successor is even to the number of its predecessor and each time finite, if one counts only once. The application of the successor and predecessor operations is here unlimited, it can be applied infinite times after one another [...]. The Intra-operators, introduced up to now, especially successor and predecessor, are valid also in each of their reflected structures ${}_mK = {}^rR(K_m)$ " (Kronthaler 1986, p. 48 s.):

Example: \uparrow Predecessor 000123 321000 Successor \uparrow
 001234 432100
 \downarrow Successor 012345 543210 Predecessor \downarrow

2.1.3. Multi-PLACED Intra-Operators

2.1.3.1. Intra-Addition +

2.1.3.1.1. Proto-Intra-Addition

Example: 5:1 00000
 5:3 00012
 5:4 00123

Another display uses the successor ${}^iN_m^n$. If one lets the indices away, we obtain: $p^s = p^j + p^j = N^j(p^j) = N^i(p^j)$.

Example: $p^1 + p^3 = N^3(p^1) = N^1(p^3) = N^3(00000) = N^1(00012) = 00123$.

2.1.3.1.2. Deutero-Intra-Addition

Example: 000111 + 000123 = 012345

N^1	000112	000112	V^1
N^2	000123	000111	V^2
N^3	001122	000012	V^3
N^4	001123	000011	V^4
N^5	001234	000001	V^5
N^6	012345	000000	V^6

2.1.3.1.3. Trito-Intra-Addition

Both methods, the ordinal and the one using the successor/predecessor auxiliary algorithm, correspond exactly to deutero-addition (Kronthaler 1986, p. 51; chap. 2.1.3.1.2.).

2.1.3.2. Intra-Subtraction –

Intra-Subtraction is the converse operation to Intra-Addition. For all three number structures, the same applies. Let be $i < j$. Then we get $d^j - d^i = d^{j-i} = V^n(d^j)$ with n from $V^n(d^j) = 0\dots\dots 0$ or $N^n(0\dots\dots 0) = d^i$ (Kronthaler 1986, p. 51).

2.1.3.3. Addition and subtraction in the system $K_m \text{ — } {}_mK$

Example: $-0001203 \neq {}^rR(0001203) = 3021000$.

2.2. Trans-Operatoren

2.2.1. One- und multi-placed Trans-operators

2.2.1.1. Absorption

Symbol: $A_m^i = A(\text{ }^i\text{ })$. Absorbs the i -th position: $K_m \rightarrow K_{m-1}$, $m > 1$.

Example: $A^3(00102) = 0001$.

Symbol: $A_m^{i,j} = A(\text{ }^{i,j}\text{ })$. Absorbs the i -th and j -th position: $K_m \rightarrow K_{m-2}$, $m > 2$.

Example: $A^{1,3}(00102) = 001$.

Symbol: $A_m^{i_1, \dots, i_n}$. Absorbs i_1, \dots, i_n : $K_m \rightarrow K_{m-n}$, $n < m$.

Example: $A(00\underline{1}02) = 01$.

Symbol: $A_m^{(m-1)}$. Absorbs all but 1 position: $K_m \rightarrow K_1$.

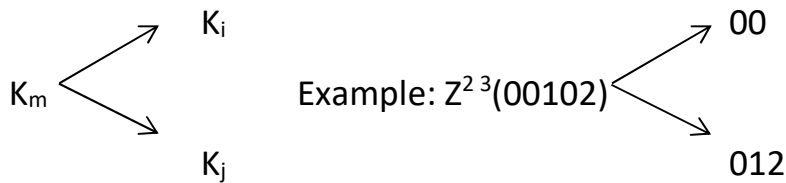
Example: $A^{(4)}(00102) = 0$.

Symbol: A_m^* . Total absorption: $K_m \rightarrow \bullet$ (Extinct).

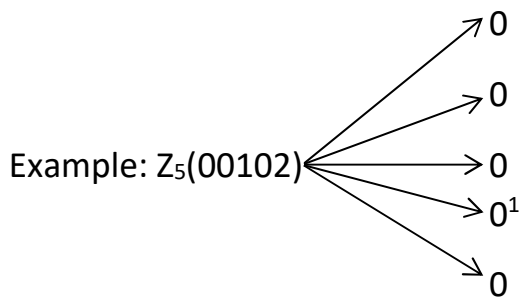
Example: $A_5(00102) = \bullet$.

2.2.1.2. Splitting

Symbol: $Z_m^{i,j}$. Splits a kenogram in two parts of lengths i and j , $i + j = m$:



Z_m^* : Splitting of the kenogram in single parts of length 1.



2.2.1.3. Iteration

Symbol: mI_j^i . Iterates the i -th position j -times: $K_m \rightarrow K_{m+j}$.

Example: $I_3^2(00102) = 00111102$.

Symbol: $mI_{j,l}^i$. Iterates the i -th position j -times and the k -th position l -times: $K_m \rightarrow K_{m+j+l}$.

Example: $mI_{3,2}^{0,2}(00102) = 0000011102$.

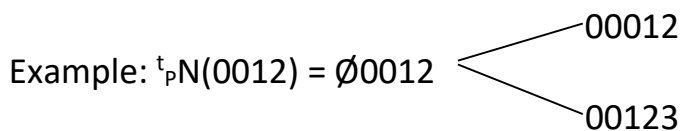
Symbol: $mI_{j_0, \dots, j_{m-1}}^*$. Iterator as a special case of a successor.

Example: $I_{31232}^*(00102) = 0000001110000222$.

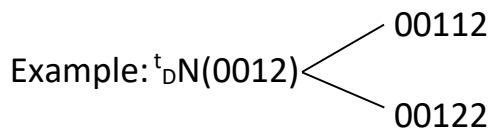
2.2.2. One-PLACED Trans-operators

2.2.2.1. Trans-Successor tN_m

2.2.2.1.1. Proto-Trans-Successor t_pN_m

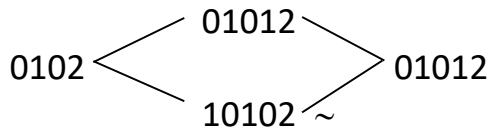


2.2.2.1.2. Deutero-Trans-Successor ${}^t_D N_m$



2.2.2.1.3. Trito-Trans-Successor ${}^t_T N_m$

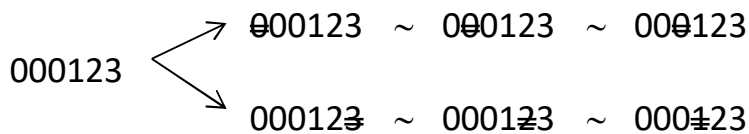
Example:



2.2.2.2. Trans-Predecessor ${}^t V_m$

2.2.2.2.1. Proto-Trans-Predecessor ${}^t_P V_m$

Example:



2.2.2.2.2. Deutero-Trans-Predecessor ${}^t_D V_m$ and

2.2.2.2.3. Trito-Trans-Predecessor ${}^t_T V_m$

Cf. Kronthaler (1986, pp. 59 ff.).

2.2.2.3. n-times Trans-Successor ${}^t N_m^n$ and

2.2.2.4. n-times Trans-Predecessor ${}^t V_m^n$

For ${}^t_P N_m^n, {}^t_D N_m^n, {}^t_T N_m^n$ and ${}^t_P V_m^n, {}^t_D V_m^n, {}^t_T V_m^n$ cf. Kronthaler (1986, pp. 62 ss.).

2.2.3. Multi-PLACED Trans-operators

2.2.3.1. Trans-Addition t

2.2.3.1.a. Absorptive Trans-Addition

2.2.3.1.a.1. Totally absorptive Trans-Addition

$$\left. \begin{array}{l} \text{Left-Absorption: } z_m + z_n \\ \text{Right-Absorption: } z_n + z_m \end{array} \right\} = z_n$$

2.2.3.1.a.1.1. Canonical cases

$$\underline{01023} \text{ t } \underline{010} = 01023$$

$$\underline{01023} \text{ t } \underline{012} = 01023$$

2.2.3.1.a.1.2. Absorption under Splitting

If the Splitting has length 1, only the lengths of the summands n and m are taken in consideration, because we have:

$$\boxed{0} \sim \boxed{1} \sim \boxed{2} \sim \dots$$

Another possibility to differentiate concerns the length of single Splitting-parts (Kronthaler 1986, pp.67 ss.):

Length 1:0	0 1 0 2 3	Length 1-2-3:	0 1 0 2 3									
	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table>	0	1	2	3	4		<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> impossible!	0	0	0	1
0	1	2	3	4								
0	0	0	1									

(Kronthaler 1986, p. 66).

2.2.3.1.a.2. Teilabsorptive Trans-Addition

Example: $0 \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array} 0 2 = 0 0 1 0 2 0$

t $\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array}$

absorbs 2 positions, juxtaposes 1 position: $T_{5+1} = T_6$.

left-absorptiv: $t_m \text{ t } t_n = t_s$ right-absorptiv: $t_n \text{ t } t_m = t'_s$

In the following example, both cases be right-absorptive. What has been absorbed, is split:

$$\boxed{0 0 1 0 2 3} \text{ t } \boxed{0 1 0 2} = 0 0 1 0 2 3 \boxed{2}$$

What is absorbing, is split:

$$\boxed{0\ 0\ 1\ 0\ 2\ 3} \text{ t } \boxed{0\ 1\ 0\ 2} = \boxed{0\ 0\ 1\ 0\ 2\ 2\ 3}$$

2.2.3.1.b. Juxtapositive Trans-Addition

2.2.3.1.b.1. Canonical cases

2.2.3.1.b.1.1. Normal form juxtapositive t-Addition

Trito-numbers: $\boxed{0\ 1\ 0\ 2} \text{ t } \boxed{0\ 0\ 1\ 2\ 3\ 0} =$

$$\boxed{0\ 1\ 0\ 2\ 0\ 0\ 1\ 2\ 3\ 0} \neq$$

$$\boxed{0\ 0\ 1\ 2\ 3\ 0} \text{ t } \boxed{0\ 1\ 0\ 2} = \boxed{0\ 0\ 1\ 2\ 3\ 0\ 0\ 1\ 0\ 2}$$

Deutero-numbers: $00112 \text{ t } 001123 = 00112001123 \sim 00001111223$

Proto-numbers: $0012 \text{ t } 001201$ impossible, since 0 can be iterated!

2.2.3.1.b.1.2. Juxtaposition to the normal form of equivalent kenograms

Example: $010 \text{ t } 00 = 01000$

11

22 ~ 01033 ~ ...

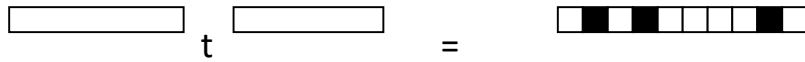
2.2.3.1.b.2. Splitting

2.2.3.1.b.2.1. One summand appears in normal form, the other is split arbitrarily (Kronthaler 1986, p. 67):

Splitting left (analogously right)

$$\boxed{} \text{ t } \boxed{} = \begin{array}{c} \boxed{} \\ \vdots \\ \boxed{} \end{array}$$

2.2.3.1.b.2.2. Both summands are split in arbitrary form (total splitting)



2.2.3.1.c. Juxtapositive Trans-Addition

Cf. Kronthaler (1986: 67).

2.2.3.1.d. t-Addition → i-Addition

Cf. Kronthaler (1986: 67f.).

2.2.3.1.1. Proto-Trans-Addition

2.2.3.1.1.1. Absorptive Proto-Trans-Addition

Total Absorption:

P_m	0 0 0 1 2 3	6:4 but cf.	0 0 0 1 2 3	6:4
	t	0 1 2	3:3	
	=	0 0 0 1 2 3	6:4	

P_m	0 0 0 1 2 3	6:4	0 0 0 1 2 3	6:4
	t	0 1 2 3 4	5:5	
	=	impossible		

Partial Absorption:

P_{n+m-1}	0 0 0 1 2 3	6:4	and	0 0 0 1 2 3	6:4	
	t	0 1 2	3:3	t	0 1 2	3:3
	=	0 0 0 1 2 3 4 5	8:6	0 0 0 0 1 2 3 4	8:5	

P_{n+m-4}	0 0 0 0 0 1 2 3 4 5	10:6	
	t	0 0 1 2 3 4 5 6	8:7
	=	0 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	14:10 and

$$\begin{array}{ccccccccc}
& & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & & 10:6 \\
& & & & & & & & & & & & & & \\
& & & & & & & | & | & & & & & & \\
& & & & & & & | & | & & & & & & \\
t & & & & & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & & 7:6 \\
\hline
= & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 14:9
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcc}
\begin{array}{cccc}
0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\
| & \dots & \diagdown & & \\
t & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
\end{array} & = & \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}
\end{array}$$

00001234 } P₈
00000123 }
0000123 } P₇
0001234 }

----- } P₆

000123

2.2.3.1.1.2. Juxtapositive Proto-Trans-Addition in the Minimal-Contexture P_{n+m}

2.2.3.1.1.2.1. Mediated juxtapositive

Example: $0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ t \ \underline{0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3} = 0 \ 0 \ 0 \ \underline{0 \ 0} \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ \underline{5 \ 6 \ 7 \ 8}$

$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 6 & 7 & 8 \end{array}$

2.2.3.1.1.2.2. Unmediated juxtapositive

Example:

$$\begin{array}{cccccccc}
0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \ t \ \underline{0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4} = 00012 \ 3 \ 4 \ 5 \ \underline{6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10} \text{ (unmediated)} \\
& & & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & & & & & & & & \\
& & & & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \text{ (mediated)}
\end{array}$$

2.2.3.1.2. Deutero-Trans-Addition

2.2.3.1.2.1. Absorptive Deutero-Trans-Addition

Totally absorptive Deutero-Trans-Addition:

$$\begin{array}{cccc}
0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
| & | & | & | & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1
\end{array}$$

whereas

$$\begin{array}{r}
 t \quad 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\
 \hline
 = 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 t \quad 0 \ 0 \ 1 \ 2 \\
 \hline
 = \text{impossible!}
 \end{array}$$

Partially absorptive Deutero-Trans-Addition:

$$\begin{array}{r}
 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \\
 | \quad \vdots \quad \vdots \\
 \hline
 t \quad 0 \ 0 \ 1 \ 2
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 \text{---} 00001112 \\
 \text{----} 00000112 \\
 \hline
 \text{.....} 0001112 \\
 \text{---} 0000112 \\
 \hline
 \text{.....} \\
 \text{----} 000112 \\
 \text{---} 000112
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} D_8 \\ D_7 \\ D_6 \end{array}$$

(There are still more possibilities left.)

2.2.3.1.2.2. Juxtapositive Deutero-Trans-Addition

2.2.3.1.2.2.1. Mediated juxtapositive Deutero-Trans-Addition

Example: (The connecting lines symbolize the addition of the corresponding iteration numbers.)

$$\begin{array}{r}
 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 3 \\
 \quad \diagdown \quad \diagdown \quad \diagdown \quad \diagdown \\
 t \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \\
 \hline
 = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 4
 \end{array}$$

2.2.3.1.2.2.2. Unmediated juxtapositive Deutero-Trans-Addition

Cf.. Kronthaler (1986, p. 71).

2.2.3.1.3. Trito-Trans-Addition

2.2.3.1.3.1. Absorptive Trito-t-Addition

Examples:

Totally absorptive Trito-Trans-Addition:

Partially absorptive Trito-Trans-Addition:

$$\begin{array}{cccccc} & 0 & 1 & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{1} & 3 \\ t & & & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{2} & \\ \hline = & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 0 & 1 & \boxed{0} & \boxed{2} & \boxed{1} & \boxed{3} \\ t & & & \boxed{0} & \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} & 4 \\ \hline = & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{array}$$

2.2.3.1.3.2. Juxtapositive Trito-t-Addition

2.2.3.1.3.2.1. Canonical cases

2.2.3.1.3.2.1.1. Normalform-Juxtapositiv

Cf. Kronthaler (1986, p. 72).

2.2.3.1.3.2.1.2. Juxtaposition von Trito-Äquivalenzen

Example:

012	t	01	=	01201	=	01221	Repertoire: {0, ..., 4}
				10		13	
				02		31	Choice: 01 12 23 34
				20		14 41	02 13 24
				03		23	03 14
				30		32	04
				04 40		24 42	
				12		34 43	+ permutations

2.2.3.1.3.2.2. Splitting

For Splitting of one or two summands cf. Kronthaler (1986, p. 73).

2.2.3.2. Trans-Subtraction -

2.2.3.2.1. Juxtapositive t-Subtraction (partial subtraction)

2.2.3.2.1.1. Total juxtapositive t-Subtraction

Example: 0010 - 01 = 001001.

2.2.3.2.1.2. Teiljuxtapositive t-Subtraction

2.2.3.2.1.2.1. In normal form

Example:

$$0 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} 2 \ 2 - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} 2 = 0 \ 2 \ 2 \ 2 \sim 0 \ 1 \ 1 \ 1$$

2.2.3.2.1.2.2. In einer zur Normalform äquivalenten Form

Example:

$$0 \ 0 \ 1 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 2 & 2 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} 2 = 0 \ 0 \ 1 \ 2$$

2.2.3.2.2. Total-t-Subtraction

2.2.3.2.2.1. Canonical case: Normal form-Subtraction

Example:

$$0 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 2 \\ \hline \end{array} 2 - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 2 \\ \hline \end{array} = 02 \sim 01$$

2.2.3.2.2.2. t-Subtraction of equivalent forms

Example:

$$0 \ 0 \ 1 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 2 & 2 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = 0 \ 0 \ 1$$

Bibliography

Günther, Gotthard, Beiträge zu einer Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 vols. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, 7 very important articles about Diamond Semiotics, available from <http://rudys-diamond-strategies.blogspot.com/>. Moreover: Xanadu's textemes, and Diamond Text Theory from

<http://www.thinkartlab.com/CCR/rudys-chinese-challenge.html> (2008-2009)
Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten, Frankfurt am Main 1996

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Contextures, relations, and dimensions. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Polykontexturale Superoperatoren in der Semiotik

1. Der Begriff des semiotischen “Superoperators” (Kaehr) setzt den Begriff der semiotischen Kontextur voraus, denn er vermittelt zwischen und nicht innerhalb von semiotischen Systemen. Nach Kaehr (2009) sind die wichtigsten Superoperatoren Identität, Permutation, Reduktion, Bifurkation und Replikation (Figur aus Kaehr 2009, S. 9):

Super – operators for the mapping of logical systems onto the matrix

$$\text{Logic}^{(m)} : \left[\text{Logic}^{(m)} \right]_{\text{refl, act}} \xrightarrow{\text{sops}} \left[\text{Logic}^{(m)} \right]_{\text{refl, act}}$$

$$\text{sops} = \{ \text{id, perm, red, bif, repl} \}$$

$$\text{id} : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^{i,j} \right) \xrightarrow{\text{id}} \left(\text{Logic}^{i,j} \right)$$

$$\text{perm}(i, j) : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^j \right) \xrightarrow{\text{perm}} \left(\text{Logic}^j, \text{Logic}^i \right)$$

$$\text{red}(i, j) : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^j \right) \xrightarrow{\text{red}} \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^i \right)$$

$$\text{bif}(i, j) : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^j \right) \xrightarrow{\text{bif}} \left(\left(\text{Logic}^i \parallel \text{Logic}^j \right), \text{Logic}^j \right)$$

$$\text{repl}(i, j) : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^j \right) \xrightarrow{\text{repl}} \left(\left(\text{Logic}^i \mid \text{Logic}^i \right), \text{Logic}^j \right)$$

Als einziger dieser semiotischen Trans-Operatoren (wie man auch sagen könnte) wurde die Replikation, bereits von Peirce eingeführt, benutzt, womit die drittheitlichen trichotomischen Werte einer Zeichenklassen schrittweise vom Mittel- bis zum Interpretantenbezug abgebaut werden, bis überall nur noch zweitheitliche Bezüge aufscheinen, z.B.

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \leftarrow (3.3 \ 2.2 \ 1.2) \leftarrow (3.3 \ 2.3 \ 1.2) \leftarrow (3.3 \ 2.3 \ 1.3) \equiv$$

$$\text{RRR}(3.3 \ 2.3 \ 1.3) = (3.2 \ 2.2 \ 1.2)$$

Mit Hilfe von R oder der Replikation werden also Zeichenklassen in andere Zeichenklassen überführt, d.h. semiotische Transoperationen durchgeführt.

Unter semiotischen Identitätsoperatoren kann man Operatoren $\iota_1, \iota_2, \iota_3, \dots, \iota_n$ (im Falle der 10 Peirceschen Zeichenklassen ist $n = 10$) verstehen, welche die Zeichenklassen auf sich selbst abbilden, z.B. $\iota_1(3.1 \ 2.1 \ 1.1) = (3.1 \ 2.1 \ 1.1)$.

Die bereits in Toth (2008, S. 177 ff.) eingeführten Permutationsoperatoren $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n$ (im Falle von triadischen Zeichenklassen ist $n = 6$, da $3! = 6$) sind eine spezielle Form der identischen Abbildungen von Zeichenklassen, da sie streng genommen nicht aus diesen Zeichenklassen hinausführen, z.B. $\pi_{1-6}(3.1\ 2.1\ 1.3) = \{(3.1\ 2.1\ 1.3), (3.1\ 1.3\ 2.1), (2.1\ 1.3\ 3.1), (2.1\ 3.1\ 1.3), (1.3\ 2.1\ 3.1), (1.3\ 3.1\ 2.1)\}$

Reduktionsoperatoren, bisher unbekannt in der Semiotik, könnten z.B. dazu verwendet werden, um triadische Peircesche Zeichenklassen auf dyadische Saussuresche Zeichengebilde zurückzuführen, z.B. $\rho(3.1\ 2.1\ 1.3) = \{(3.1, 2.1), (3.1, 1.3), (3.1\ 1.3)\}$.

2. Im Gegensatz zu den Identitäts-, Permutations- und Reduktions-Operationen wirken Bifurkation und Replikation primär an den kontextuellen Indizes:

3 – contextual semiotic matrix [repl, id, id]				
$Sem_{(repl, id, id)}^{(3,2,2)}$	MM	.1 _{1.3}	.2 _{1.2}	.3 _{2.3}
	1 _{1.3}	1.1_{1.1.3}	1.2_{1.1}	1.3₃
	2 _{1.2}	2.1_{1.1}	2.2_{1.1.2}	2.3₂
	3 _{2.3}	3.1₃	3.2₂	3.3_{2.3}

Wie man sieht, ist die Replikation eine Operation der Form $\mathcal{R}(a.b)_{i,j} = (a.b)_{i,ik}$. Das bedeutet aber, dass der erste kontextuelle Wert zum zweiten wird, indem eine Kopie seiner selbst an die erste Stelle gesetzt wird. Replikation wirkt also retrograd. In Übereinstimmung mit Peirce haben wir zusätzlich $(a.3) \rightarrow (a.2)$ (vgl. Walther 1979, S. 88 ff.). Allerdings bleibt, dann, wie die folgende Figur zeigt, mindestens 1 Zeichenklasse nicht ableitbar:

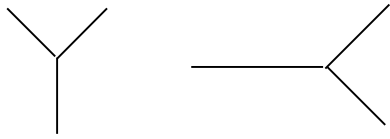
- (3.1 2.1 1.1)
- (3.1 2.1 1.2) ← (3.1 2.1 1.3)
- (3.1 2.2 1.2) ← (3.1 2.2 1.3) ← (3.1 2.3 1.3)
- (3.2 2.2 1.2) ← (3.2 2.2 1.3) ← (3.2 2.3 1.3) ← (3.3 2.3 1.3)

Wir wollen darum hier vorschlagen, unter Replikation die zusätzliche semiotische Ableitung $(a.2) \rightarrow (a.1)$ zu verstehen, d.h. Replikation ist wie folgt definiert:

$$\mathcal{R}(a.b')_{i,j} := (a.b)_{i,ik}. \quad b' \in \{3, 2\}, \quad b \in \{1, 2\}$$

3. Auch Bifurkation ist eine Operation von Kontexturenwechsel. Es ist interessant, dass eines der ersten Peirceschen Zeichenmodelle bifurkativ ist: "A

point upon which three lines of identity abut is a graph expressing relation of Teridentity" (Peirce ap. Brunning 1997, S. 257):



Teridentität beruht hier aber im Grunde darauf, dass die 3 äusseren Ecken des Graphen in der inneren, also einer 4. Ecke, zusammenfallen. Wird dann die 4. Ecke nicht gezählt (woraus sich ein tetradisches Zeichenmodell ergäbe), dann folgt, **dass Teridentität nichts anderes ist als Bifurkation.**

Bisher völlig unberücksichtigt blieb, dass es möglich ist, sämtliche 6 Permutationen einer Zeichenrelation in Form von Bifurkationen (Teridentitäten) darzustellen:

↗ (2.b)

$\pi_1(3.a \ 2.b \ 1.c) = (3.a)$

↘ (1.c)

↗ (1.c)

$\pi_2(3.a \ 2.b \ 1.c) = (3.a)$

↘ (2.b)

↗ (3.a)

$\pi_3(3.a \ 2.b \ 1.c) = (2.b)$

↘ (1.c)

↗ (1.c)

$\pi_4(3.a \ 2.b \ 1.c) = (2.b)$

↘ (3.a)

↗ (3.a)

$\pi_5(3.a\ 2.b\ 1.c) = (1.c)$

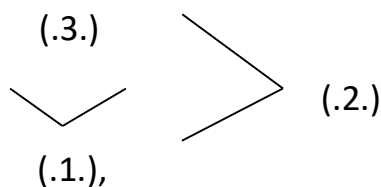
↘ (2.b)

↗ (2.b)

$\pi_6(3.a\ 2.b\ 1.c) = (1.c)$

↘ (3.a)

Eine **inverse Bifurkation** dürfte dem Peircesche Kreationsschema zugrunde liegen:



“das ein Zusammenwirken der ‘Erstheit’ und der ‘Drittheit’ zur Generierung der ‘Zweitheit’ verlangt” (Bense 1976, S. 107). Es wird hier ja gerade postuliert, dass nicht ein Objekt (.2.) durch einen Interpretanten (.3.) mit einem Mittel (.1.) bezeichnet wird, sondern dass ein Interpretant (.3.) ein Mittel (.1.) selektiert, um ein Objekt (bzw. einen Objektbezug (.2.)) zu generieren, der also relativ zu (.3.) und (.1.) etwas Neues darstellt, also aus folgenden zwei inversen Bifurkationen hergestellt werden kann:



Nun ergibt sich aber eine überraschende Gemeinsamkeit zwischen einigen Typen von Bifurkation und inverser Bifurkation zur Replikation, die wir ja als retrograd (retrosemiotisch, degenerativ) bestimmt hatten: All jene Typen von Bifurkationen, die das folgende abstrakte Schema

↗ (c.d)

$$\pi_i(3.a \ 2.b \ 1.c) = (a.b)$$

↘ (e.f)

mit $a < c$ und/oder $a < e$ erfüllen, sind zugleich replikativ. Das sind also 4 der 6 möglichen Permutationen, nämlich π_3 bis und mit π_6 .

4. Damit ergibt sich die Frage, ob es tatsächlich korrekt ist, (1) die Permutationen der Zeichenklasse $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3)$ wie bisher (in der linken Kolonne) zu schreiben, oder ob sie nicht korrekter wie in der rechten Kolonne notiert werden müssen:

$$\begin{aligned} \pi_1(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) &= (3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \\ \pi_2(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) &= (3.1_3 \ 1.3_{1,3} \ 2.1_{1,1}) \\ \pi_3(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) &= (2.1_{1,1} \ 3.1_{1,3} \ 1.3_{1,3}) \\ \pi_4(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) &= (2.1_{1,1} \ 1.3_{1,3} \ 3.1_{1,3}) \\ \pi_5(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) &= (1.3_{1,3} \ 3.1_{1,3} \ 2.1_{1,1}) \\ \pi_i(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) &= (1.3_{1,3} \ 2.1_{1,1} \ 3.1_{1,3}) \end{aligned}$$

(2) ergeben sich aus diesen Permutationstypen die folgenden Bifurkationstypen:

$$\mathcal{B} \pi_i(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) = \begin{aligned} &\{(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3)\} \\ &\{(3.1_3 \ 1.3_3 \ 2.1_1), (3.1_3 \ 1.3_1 \ 2.1_1), (3.1_1 \ 1.3_3 \ 2.1_1)\} \\ &\{(2.1_3 \ 3.1_1 \ 1.3_3), (2.1_1 \ 3.1_1 \ 1.3_1), \underline{(2.1_1 \ 3.1_1 \ 1.3_1)}, \dots\} \\ &\{(2.1_3 \ 1.3_1 \ 3.1_3), (2.1_1 \ 1.3_1 \ 3.1_1), \\ &\quad (2.1_1 \ 1.3_3 \ 3.1_1), \dots\} \\ &\{(1.3_3 \ 3.1_1 \ 2.1_3), (1.3_3 \ 3.1_1 \ 2.1_1), \\ &\quad (1.3_1 \ 3.1_1 \ 2.1_1)\} \\ &\{(1.3_3 \ 2.1_1 \ 3.1_3), (1.3_{1,3} \ 2.1_{1,1} \ 3.1_{1,3}), \dots\} \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Einführung polykontexturaler Superoperatoren in die Semiotik ergeben sich überraschende Einsichten in die Semiosis und den Bau bekannter (aber monokontextural nicht genügend differenzierter) Zeichenschemata wie demjenigen der semiotischen Kreation. Speziell für die semiotischen Permutationssysteme wird hierdurch ein äusserst komplexer Ausschnitt aus dem Netz der semiotischen Kontexturen konstruierbar bzw. analysierbar, das enorme weitere Formalisierbarkeit erlaubt.

Bibliographie

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/ Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Toth, Alfred, Semiotische Prozesse und Systeme. Klagenfurt 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Gen-produzierende Enzyme als semiotische Operatoren

1. Nach Hoffmeyer Artikel „Biosemiotik“ zum HdS (2003, S. 2651) werden die folgenden gen-produzierenden Enzyme unterschieden (die zum Teil schauervollen pseudo-lateinischen Namen sollen uns hier nicht bekümmern):

1. Acquisitionase (Reverse Transkriptase)
2. Excisase (korrigierende Enzyme)
3. Insertase (DNA-Gyrase)
4. Integrase (DNA-Ligase)
5. Invertase (DNA-Methylase)
6. Mutase (DNA-Polymerase)
7. Rekombinase (DNA-Topoisomerase)
8. Replikase (Glykosylase)
9. Spligase (Helicase)
10. Translokase (Primase)

2. Da diese Enzyme für ausdrücklich für biosemiotische Vorgänge verantwortlich sind, dürfen wir es wagen, zu prüfen, ob sie auch als allgemeine semiotische Operatoren in Frage kommen.

2.1. Acquisitionator

Semiose: $\Omega \rightarrow ZR$.

2.2. Excisator

Ausschnittoperator A, bildet z.B. aus einer mehrstelligen Zeichenrelation eine Zeichenklasse, indem er „überflüssige“ Relata ausschneidet:

$A(3.1\ 2.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.1\ 1.3) / (3.1\ 2.2\ 1.3)$, vgl. jedoch

$A(3.1\ 2.3\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 2.3\ 1.3) + (2.1)$, da $*(3.1\ 2.1\ 1.3)$ wegen $b \leq c$

2.3. Insertator

Einsetzoperator E, z.B.:

$$E(3.1\ 1.3) = (2.1/2.2/2.3)$$

$$E(3.1\ 1.2) = (2.1\ 2.2) \text{ (da } *(3.1\ 2.3\ 1.2))$$

$$E(3.1\ 1.1) = (2.1) \text{ (da } *3.1\ 2.2\ 1.1 \text{ u. } *2.1\ 2.3)$$

2.4. Integrator

Normalformoperator, der aus Zeichenrelationen z.B. Zeichenklassen bildet:

$$N(3.1\ 2.2\ 1.1) = (3.1\ 2.2\ 1.2) / (3.1\ 2.1\ 1.1).$$

2.5. Invertator

$$I(3.1\ 1.1\ 2.1) = (1.2\ 1.1\ 1.3)$$

$$I(1.1\ 2.1\ 3.1) = (1.3\ 1.2\ 1.1).$$

Falls Invertator auch den Fall der blossen Umkehrung von Dyaden einschliesst, d.h.

$$I(2.1\ 1.1\ 3.1) = (3.1\ 1.1\ 2.1),$$

könnten die ersten Fälle als „Dualisator“ definiert werden.

2.6. Mutuator

Umfasst I (2.6), Dualisator D (2.6.), Transposition und alle weiteren Formen von Umstellungen auf der Dyaden-Ebene (die zusätzlich definiert werden können)..

2.7. Rekombinator

$$R(3.2\ 1.3\ 2.3) = (1.3 \rightarrow (2.3) \circ (2.3 \rightarrow 3.2) = (3.2\ 2.3\ 1.3)$$

2.8. Replikator

Die Autoreproduktion des Symbols (vgl. Bense 1992 m. weiterer Literatur).

2.9. Spligator

Z.B. für flächige Zeichenanordnungen:

...
...
..
3.1
2.3
S(3.2 2.2 1.3)
3.1
2.3
13
.

2.10. Translokator

Kann z.B. dazu verwendet werden, Dyaden innerhalb von Trichotomischen Triaden zu verschieben.

I.a. sind die in Toth (2008) eingeführten semiotischen Operatoren ausreichend und vor allem allgemeiner als die hier von der Genetik abgezogenen. Trotzdem kann man sich die Anwendung der hier neu eingeführten u.U. vorstellen.

Bibliographie

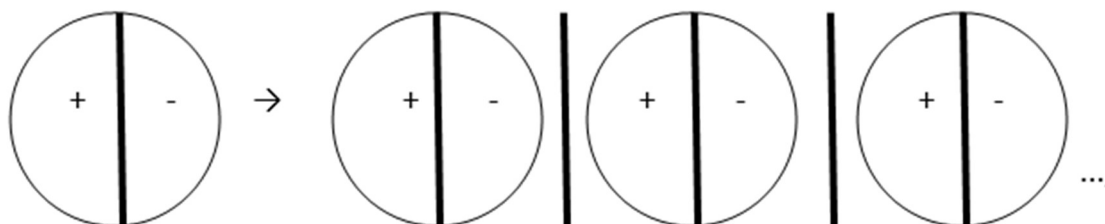
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen.

Posner/Robering et al. Handbuch der Semiotik. 3. Teilband (HSK 13.3) Berlin
2003

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Welche Typen von Operatoren benötigt man in einem polykontexturalen System?

1. In Toth (2010) hatten wir darauf hingewiesen, dass man zwischen Günther- und Kronthaler-Kontexturen unterscheiden muss. G-Kontexturen sehen wie folgt aus:

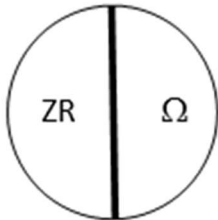


Sie sind Dichotomien, d.h. untrennbare und in ihrer Ordnung nicht umkehrbare Konglomerate zweier zueinander transzendenter Größen. Bekannte Beispiele sind Diesseits / Jenseits, Subjekt / Objekt, Zeichen / Objekt, usw., nicht aber *Haus / Hof, *Brunnen / Trog, *Kamin / Dach, usw. Sind also die Glieder aller Paare hinreichend abstrakt, so kann der Nichtumkehrbarkeitstext u.U. auf Dichotomien und nicht nur blosse Paare weisen, vgl. *Matter and Mind vs. Mind and Matter, leider aber auch *Kegel und Kind neben Kind und Kegel.

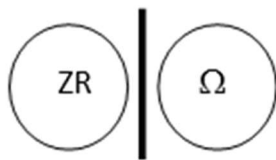
2. Demgegenüber versteht aber Kronthaler unter einer Kontextur (1986, S. 36) eine „Qualität“ im Sinne einer Menge gleichzahliger Morphogramme. Wenn er hinzufügt, dass „Intra-Operatoren (...) nicht aus einer bestimmten Kontextur hinausführen (können, da sie) Abbildungen von $K_m \rightarrow K_m$ sind“, wird klar, dass hier unter Kontextur die beiden Seiten einer Dichotomie selbst verstanden wird. Anders gesagt: Jeder der obigen G(ünther)-Kontexturen stellt 2 K(ronthaler)-Kontexturen dar:



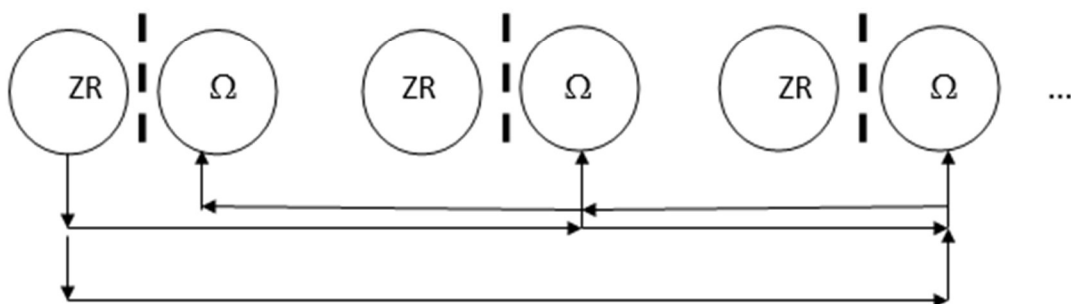
3. Gehen wir also aus von einer Dichotomie wie Zeichen und Objekt, so befinden sich beide in einer G-Kontextur,



allerdings sind sie dort intra-diskontextural. In einer K-Kontextur sind sie dagegen trans-diskontextural:



Hebt man also die Kontexturengrenze in einer G-Kontextur auf, so fallen ZR und Ω zusammen, d.h. sie bestehen möglicherweise noch weiter, sind aber nicht mehr unterscheidbar. Dasselbe geschieht nun, wenn man die Kontexturgrenzen in einer K-Kontextur auflöst, nur kann es dann geschehen, dass ein Zeichen mit dem bezeichneten Objekt eines anderen Zeichens zusammenfällt:



4. Damit können wir festhalten:

4.1. Innerhalb von G-Kontexturen benötigen wir Intra-Operatoren für die Bewegungen innerhalb der Dichotomien sowie Trans-Operatoren für die Bewegungen zwischen ihnen.

4.2. Bei K-Kontexturen benötigen wir nur Transoperatoren, da die Glieder der Dichotomien ja auf separate Kontexturen verteilt sind. Innerhalb der Glieder sind somit die Peano-Operatoren ausreichend.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Was sind (semiotische) Kontexturen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Drei neue polykontexturale Basisoperatoren

1. Aufgrund von Toth (2010) schlage ich vor, die schon bei Kronthaler (1986) verzeichneten polykontextural-arithmetischen (Intra- und Trans-) Operatoren um drei weitere zu ergänzen.

2.1. Kreuzung (\times)

Beispiele: \times (Grapefruit, Pampelmuse) = Pomelo, \times (Pflaume, Aprikose) = Pluot;

\times (Motor, Hotel) = Motel, \times (Breakfast, Lunch) = Brunch, \times (Camera, Recorder) = Camcorder, usw.

2.2. Produktion (\rightarrow)

Beispiele: \rightarrow (Apfel, Orange, Banane) = Fruchtsalat, \rightarrow (Wurst, Käse, Salatsauce) = Wurst-Käse-Salat, \rightarrow (Wodka, Orangensaft) = „Screwdriver“, usw.

2.3. Erzeugung (\rightsquigarrow)

Beispiele: \rightsquigarrow (Vater, Mutter) = Kind, \rightsquigarrow (Tischler, Holz) = Möbel, \rightsquigarrow (kochen, Koch) = Mahl, \rightsquigarrow (fliegen, Pilot) = Flug, usw.

Bibliographie

Toth, Alfred, Weiteres zu Äpfeln und Birnen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Operatoren an semiotischen Monomorphien

1. Wenn wir die in Toth (2010) eingeführten semiotischen Monomorphien betrachten, so fällt uns die folgende besonders auf:

$$3.1.2.2.1.3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{2} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \textcircled{3} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array}$$

denn das zugrundeliegende, abstrakte („kenogrammatische“) Schema (aabbcc) ist gleichfalls gültig für die sog. Peircesche Kategorienklasse, so dass man geneigt ist zu sagen: **Eigenrealität und Kategorienrealität sind kenogrammatisch identisch.**¹

Hier liegt also eine identische Operation auf der Monomorphie vor:

$$\mathfrak{J}(112233) = (112233).$$

2. Keine der anderen semiotischen Monomorphien stehen in einer Identitätsrelation zueinander. Allerdings ist es möglich, mit Hilfe der semiotischen Morphismen (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.) die Strukturschemata ineinander zu überführen, z.B.

$$(3.1.2.1.1.1) \rightarrow (3.1.2.1.1.2):$$

$$\alpha_4(111123) = (111223)$$

$$(3.1.2.1.1.2) \rightarrow (3.1.2.1.1.3)$$

$$\beta_5(111223) \rightarrow (111233)$$

$$(3.1.2.1.1.1) \rightarrow (3.1.2.1.1.3)$$

¹ Dieses Theorem ist der wichtigste semiotische Satz, der jemals aufgestellt wurde. Ich möchte hier betonen, dass er nicht hätte gefunden werden können, wenn nicht Rudolf Kaehrs Arbeiten zu den Monomorphien polykontexturaler Systeme vorgelegen hätten; vgl. v.a. Kaehr (2008).

wobei der tiefgestellte Index die Position des Wertewechsels darstellt.

3. Es ist naheliegend, sich als nächstes die Frage zu stellen, ob es möglich sei, mit Hilfe kategoriethoretischer Operatoren nicht nur die Wertbelegungen der Strukturschemata, sondern die letzteren selbst zu manipulieren.

Gehen wir nochmals aus von

(3.1 2.1 1.1) \rightarrow (3.1 2.1 1.2):

$\alpha_4(111123) = (111223)$,

so entspricht dieser Werte-Transition die folgende strukturelle Transition:



Der Werte-Transition

(3.1 2.2 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 1.3):

$\alpha_2\beta_3\beta_4(112233) \rightarrow (123333)$

korrespondiert die Struktur-Transition



Nun ist es klar, dass zwischen Werten und Strukturen eineindeutige Abbildungen bestehen, denn man sollte sich nicht täuschen lassen, dass die Peircesche Semiotik, von der wir ausgegangen waren, in ihrem Grunde monokontextual ist, auch wenn es uns gelungen ist, mit einem „Trick“ die Zeichen- durch die für polykontexturale Systeme geforderte Strukturkonstanz zu ersetzen; unklar ist allerdings, ob es möglich sei, mit nicht-besetzten Strukturschemata allein zu rechnen. Ferner muss man, wenn man die Strukturschemata, wie in Toth (2010), mit „Kenogrammen“ besetzt, z.B.



unbedingt von der Gesamtmenge der $3^3 = 27$ möglichen triadischen Zeichenrelationen ausgehen, da sonst wiederum eine eindeutige Korrespondenz zwischen Strukturschema und (von Werten abstrahierte) Kenogrammen besteht. Ordnungstheoretisch bedeutet dies die Aufhebung der Limitation

(3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$,

i.a.W. $a > b > c$ und alle weiteren Kombinationen sind nun möglich, mengentheoretisch gesprochen also Exklusion anstatt Inklusion n-ter trichotomischer Werte in (n+1)ten. Ein weiterer Schritt in der Befreiung der Mathematik aus ihrem „logozentrischen“ Prokrustesbett ist dann die Elimination des Triadizitätsgesetzes, das besagt, dass in der Struktur

(a.b c.d e.f)

$a \neq b \neq c$

sein muss (paarweise Verschiedenheit der triadischen Werte), und zwar so, dass genau ein $x \in \{a, b, c\}$ den Wert 3, ein anderes den Wert 2 und das letzte den Wert 1 annehmen muss, weshalb wir ja oben (3.a 2.b 1.c) geschrieben hatten. Noch weiter gehen könne man z.B. dadurch, dass man die Peano-Basis der Primzeichen aufgibt, d.h. die lineare Progression der natürlichen Zahlen

(0,) 1, 2, 3, ...,

die natürlich auch den Zeichenrelationen zugrunde liegt, dadurch erweitert, dass man auch Nicht-Peano-Folgen wie z.B. die Fibonacci-Zahlen, die Lukas-Folge, Folgen von Potenzen usw. als Basis für die semiotischen Relationszahlen zulässt.²

² M.W, ist diese Restriktion auf die stillschweigend vorausgesetzte Peano-Zahlen-Folge selbst in der Keno- und Morphogrammatik noch vorhanden, d.h. dann, wenn die Kenos und Morphogramme mit Zahlen anstatt mit „Zeichen“ geschrieben werden, also etwa bei 00011 anstatt aaabb. Auch wenn es sich bei 00011 \neq 11 nicht um eine Peano-Struktur handelt, setzen die von Günther eingeführten Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen noch immer die, freilich

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Morphogrammatics of change. Glasgow 2008

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Monomorphien? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

verallgemeinerte, Nachfolgebeziehung der Peano-Zahlen voraus, das z.B. bei den Potenzfolgen völlig aufgehoben ist, obwohl diese selbst „monokontextural“ sind.

Ein verallgemeinertes Operatorenpaar für die Semiotik

1. Dass man die 10 peircischen Zeichenklassen und Realitätsthematiken in der Form verschiedener Verbände darstellen kann, die obere und untere Schranken besitzen, hat bereits Berger (1976) gezeigt.

2. Ern  (1982, S. 86 ff.) hat nun darauf hingewiesen, dass man das Konzept der oberen und unteren Schranken dazu benutzen kann, ein Operatorenpaar einzuführen, mit dem allgemeine Relationen von A nach B, und zwar unabhängig von der ursprünglichen Symbolik, definiert werden können. Wir setzen X als die Menge der triadischen und Y als die Menge der trichotomischen Peirce-Zeichen fest. Ferner sei $Z \subseteq X$ und $W \subseteq Y$, dann definiert man

$$Z\uparrow := \{y \in Y: xRy \text{ für jedes } x \in Z\}$$

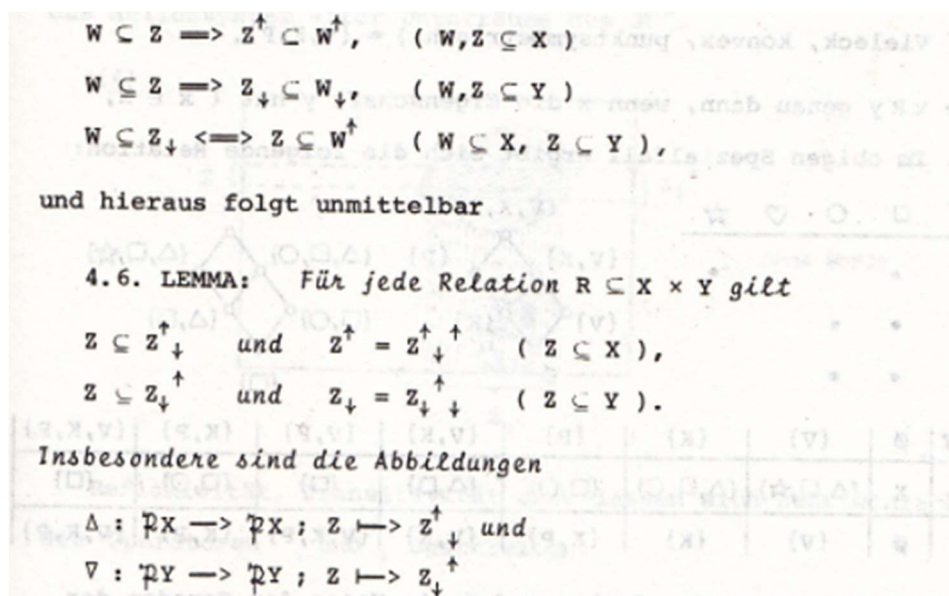
$$Z\downarrow := \{x \in X: xRy \text{ für jedes } y \in W\}$$

Ferner seien folgende Vereinfachungen vereinbart:

$$x\uparrow = \{x\}\uparrow$$

$$y\downarrow = \{y\}\downarrow$$

Das Operatorenpaar \uparrow, \downarrow bildet nun eine sog. Galois-Korrespondenz; vgl. die folgenden Beispiele für allgemeine Relationen, welche direkt aus Ern  (1982, S. 87) entnommen sind:



Hüllenoperatoren, und folglich sind

$\mathfrak{X}_\Delta = \{ z^\uparrow_\downarrow : z \subseteq X \} = \{ w_\downarrow : w \subseteq Y \}$ und
 $\mathfrak{X}_\nabla = \{ w_\downarrow^\uparrow : w \subseteq Y \} = \{ z^\uparrow : z \subseteq X \}$

zueinander anti-isomorphe Hüllensysteme. Darüberhinaus gilt

$(\cup \mathfrak{z})^\uparrow = \cap \{ z^\uparrow : z \in \mathfrak{z} \} \quad (\mathfrak{z} \subseteq \mathcal{P}X), \text{ und}$
 $(\cup \mathfrak{z})_\downarrow = \cap \{ z_\downarrow : z \in \mathfrak{z} \} \quad (\mathfrak{z} \subseteq \mathcal{P}Y).$

Bibliographie

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, S. 20-24

Erné, Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Toth, Alfred, Grundriss einer ordnungstheoretischen Semiotik. In: European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, S. 503-526

Ein fixierter Sequenzoperator für die Semiotik

1. Jede mathematische Semiotik muss im Minimum die Peano-Axiome erfüllen, um wenigstens als semiotische Arithmetik zu gelten. Diese Axiome lauten in einer älteren und einer neueren Fassung:

P1. 1 ist eine natürliche Zahl.

P2. Jede natürliche Zahl a hat einen bestimmten Nachfolger $\sigma(a)$ in der Menge der natürlichen Zahlen.

P3. Stets ist $\sigma(a) \neq 1$, d.h. es gibt keine Zahl mit dem Nachfolger 1. (van der Waerden 1971, S. 6)

P1'. $0 \in \mathbb{N}$.

P2'. Wenn $n \in \mathbb{N}$, dann $\sigma(n) \in \mathbb{N}$.

P3'. Wenn $n \in \mathbb{N}$, dann $\sigma(n) \neq 0$.

P'4. Wenn $0 \in E$, und wenn aus $n \in E$ stets $\sigma(n) \in E$ folgt, $\mathbb{N} \subset E$.

P'5. Wenn $m, n \in \mathbb{N}$, folgt aus $\sigma(m) = \sigma(n)$, dass $m = n$ ist. (Ebbinghaus et al. 1992, S. 17)

2. Wie ich in Toth (2011) gezeigt habe, lassen sich die Peano-Axiome einheitlich nur auf die Monaden, oder wie Bense (1981, S. 17 ff.) sagte, Primzeichen, anwenden:

PZR = (.1., .2., .3.),

d.h. es gilt einfach $\sigma(.1.) = (.2.)$, $\sigma(.2.) = (.3.)$ und daher $\sigma\sigma(.1.) = (.3.)$.

Sobald wir jedoch zu komplexen Relationen, d.h. Dyaden, Dyaden-Paaren, Triaden usw. übergehen, gibt es keine einheitliche Gültigkeit für den Sequenzoperator mehr. Bei den Dyaden, d.h. den Subzeichen der semiotischen Matrix müssen drei verschiedene Arten, die ich schon früher „Peirce-Zahlen“ genannt habe, unterschieden werden:

2.1. Triadische Peirce-Zahlen

tdP: z.B. (1.1) \rightarrow (2.1) \rightarrow (3.1)

$\sigma(a.1) = ((a+1).1)$

2.2. Trichotomische Peirce-Zahlen

ttP: z.B. (1.1) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.3)

$$\sigma(1.a) = (1.(a+1))$$

2.3. Diagonale Peirce-Zahlen

$$\text{dgP}_H: (1.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (3.3)$$

$$\sigma(a.b)_H = ((a+1).(b+1))$$

$$\text{dgP}_N: (3.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (1.3)$$

$$\sigma(a.b)_N = ((a\pm 1).(b\pm 1))$$

Damit ergibt sich sowohl für haupt- als auch für nebendiagonale Peirce-Zahlen

$$\sigma(a.b) = ((a\pm 1).(b\pm 1)).$$

3. Wenn wir nun aber Zeichenklassen und Realitätsthematiken heranziehen, wie z.B. (3.1 2.2 1.3) und (3.2 2.2 1.2), wie lässt sich dann entscheiden, welche von beiden Vorgänger und welche Nachfolger ist? Klare Fälle liegen ja nur z.B. bei (3.1 2.1 1.1) und (3.1 2.1 1.2) vor, und die trichotomische Ordnung (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$ allein verbietet die Existenz eindeutiger Nachfolger bzw. Vorgänger, damit aber auch die Anwendung der Peano-Axiome.

Ich möchte deshalb einen positions- und wertgebundenen Sequenzoperator einführen, der den Wert einer bestimmten n-adische Relation an der Position i durch den Nachfolgewert j ersetzt:

$$\sigma_j^i = (\square \boxed{j} \square)$$

Z.B. ist also

$$\sigma_3^6 (3.1 2.1 1.2) = (3.1 2.1 1.3)$$

$$\sigma_2^4 (3.1 2.1 1.2) = (3.1 2.2 1.2),$$

d.h. es ist

$$\sigma(3.1 2.1 1.2) = \{(3.1 2.1 1.3), (3.1 2.2 1.2)\},$$

und das sind die einzigen unmittelbaren Nachfolger von (3.1 2.1 1.2), denn *(3.2 2.1 1.2) ist irregulär wegen ((3.a), (2.b)) mit $a > b$.

Da man Zeichenklassen eineindeutig auf ihre Trichotomien (Realitätsthematiken) abbilden kann, genügt es, den Subsequenzoperator auf Zahlentripel der Form $\langle a, b, c \rangle$ mit $a \leq b \leq c$ abzubilden. Man beachte, dass hier nichts anderes als die Primzeichenrelation (PZR), allerdings mit partieller Ordnung, vorliegt. Wir bekommen also für die obigen Beispiele:

$$\sigma_3^3(1, 1, 2) = (1, 1, 3)$$

$$\sigma_2^2(1, 1, 2) = (1, 2, 2),$$

$$\text{d.h. } \sigma(1, 1, 2) = \{(1, 1, 3), (1, 2, 2)\}.$$

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Ebbinghaus, H.D. et al., Zahlen. Springer 1992

Toth, Alfred, Wie viele Arten von Primzeichen gibt es? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

van der Waerden, B.L., Algebra I. Heidelberg 1981

Reduktionsoperationen für Stiebingsche Zeichenklassen

Bekanntlich hatte Peirce die These aufgestellt, man könne jede n-adische Relation auf triadische Relationen reduzieren (Peircische Reduktionsthese) (vgl. dazu Toth 2007, S. 173 ff.). Dagegen besagt bekanntlich ein Satz Schröders, daß man jede Relation auf dyadische zurückführen könne. Die Frage ist nun, wie es sich mit der in Toth (2011) eingeführten Stiebingschen Zeichenrelation verhält

$$\text{PZR} = (\text{R}, \text{M}, \text{O}, \text{I}),$$

eine Frage, die umso bedeutender deswegen ist, weil PZR das Repertoire als 0-stellige Relation enthält.

Die folgende, Gross/Yellen (2004, S. 113) entnommene Abbildung zeigt die Reduktionsoperationen für einen partiellen 2-Baum, also für einen Graphen, den man semiotisch mit der Stiebingschen Zeichenrelation interpretieren kann:



Der 1. Graph (ganz links) stellt nach dieser Interpretation zwei im gleichen Repertoire fundierte triadische Zeichenrelationen dar. In einem 1. Reduktionsschritt entsteht eine doppelte Semiose zwischen M, O oder I sowie R, die in einem 2. Reduktionsschritt vereinfacht wird. In einem 3. Reduktionsschritt werden also die ursprünglich zwei triadischen Relationen zu einer „zusammengeschmolzen“, d.h. eine von beiden wird von der andern absorbiert. In einem 4. Reduktionsschritt haben wir dann nur noch zwei Semiosen zwischen zwei kategorialen Bezügen, und im 5. und letzten Reduktionsschritt eine simple dyadische Relation. Für die Semiotik bedeutet dies eine Bestätigung unserer bereits in Toth (2011) ausgesprochenen These, daß für R keine (Touretzky-)Vererbung angenommen werden muß, sondern daß es genügt, R

mit M in Beziehung zu setzen, das dann im Sinne eines „triadischen Objekts“ (Bense 1973, S. 71) zugleich auch M, O und I in Beziehung setzt.

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Gross, Jonathan L./Yellen, Jay, Handbook of Graph Theory. New York 2004

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Repertorielle Funktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Semiotische Kreisoperationen

Die in Toth (2011) eingeführten Nachfolger- bzw. (inversen) Vorgängerrelationen zur Definition struktureller Realitäten, wie sie in regionalen Realitätsthematiken zur Anwendung kommen, kann man bequem dazu benutzen, um die Grundrechenarten in der erweiterten regionalen Semiotik zu definieren. Im folgenden gebe ich die 4 zur Darstellung der erweiterten regionalen Semiotik nötigen Matrizen:

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

	0	1	2	3
-0	-0.0	-0.1	-0.2	-0.3
-1	-1.0	-1.1	-1.2	-1.3
-2	-2.0	-2.1	-2.2	-2.3
-3	-3.0	-3.1	-3.2	-3.3

	-0	-1	-2	-3
0	0.-0	0.-1	0.-2	0.-3
1	1.-0	1.-1	1.-2	1.-3
2	2.-0	2.-1	2.-2	2.-3
3	3.-0	3.-1	3.-2	3.-3

	-0	-1	-2	-3
-0	-0.-0	-0.-1	-0.-2	-0.-3
-1	-1.-0	-1.-1	-1.-2	-1.-3
-2	-2.-0	-2.-1	-2.-2	-2.-3
-3	-3.-0	-3.-1	-3.-2	-3.-3

Da $(-a.-b) < (-a.b) < (a.-b) < (a.b)$ und $a, b \in \{1, 2, 3\}$ gilt, bekommen wir für einen Durchgang des quasi-linearen semiotischen Zahlenstrahls im Uhrzeigersinn:

$-0.0 < -0.1 < -0.2 < -0.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $-1.0 < -1.1 < -1.2 < -1.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $-2.0 < -2.1 < -2.2 < -2.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $-3.0 < -3.1 < -3.2 < -3.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $-0.0 < -0.1 < -0.2 < -0.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $-1.0 < -1.1 < -1.2 < -1.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $-2.0 < -2.1 < -2.2 < -2.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $-3.0 < -3.1 < -3.2 < -3.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $0.0 < 0.1 < 0.2 < 0.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $1.0 < 1.1 < 1.2 < 1.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $2.0 < 2.1 < 2.2 < 2.3$
 $\vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $3.0 < 3.1 < 3.2 < 3.3$

$\rightarrow (-0.0 < -0.1 < -0.2 < -0.3)$
 $\quad \vee \quad \vee \quad \vee \quad \vee$
 $-1.0 < -1.1 < -1.2 < -1.3 \dots,$
 $\quad |$

d.h. es besteht ein Kreisprozeß, der natürlich auch im Gegenuhrzeigersinn durchlaufen werden kann. Da sich die semiotischen Zahlen im Intervall $I = [(-3.-3), (3.3)]$ befinden, gilt natürlich

$$\underline{N}(3) = 0 \text{ bzw. } V(0) = 3,$$

da die Abfolge der präsemiotischen Subzeichen im Uhrzeigersinn als

$$\begin{array}{ccc} 0 & \rightarrow & 1 \\ \uparrow & & \downarrow \\ 3 & \leftarrow & 2 \end{array}$$

bzw. im Gegenuhrzeigersinn als

$$\begin{array}{ccc} 0 & \leftarrow & 1 \\ \downarrow & & \uparrow \\ 3 & \rightarrow & 2 \end{array}$$

definiert sind. Mit Hilfe dieses semiotischen Kreisprozesses kann also das stete Problem der Unmöglichkeit der Addition von Subzeichen (z.B. $(2.2) + (2.2) = (4.4)$?) dadurch umgangen werden, daß das Resultat dieser Addition in einer tetradisch-tetratomischen Semiotik natürlich $(2.2) + (2.2) = NN(2.2) = (0.0)$ lautet. Wie man leicht sieht, kann man auf diese Weise alle Grundrechenarten auf Subzeichen anwenden, ohne Pathologien zu erzeugen.

Literatur

Toth, Alfred, Darstellung struktureller Realitäten durch Nachfolgeoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Darstellung struktureller Realitäten durch Nachfolgoperatoren

1. In Toth (2011) hatten wir die Umgebungen und Nachbarschaften regionaler Subzeichen $(a.b)$ durch die Operatoren s_{td} , s_{tt} , s_{td}^{-1} , s_{tt}^{-1} wie folgt definiert:

$$U(a.b) = ((a.b), (s_{td}a.b), (a. s_{tt}b)),$$

$$N(a.b) = ((a. s_{tt}b), ((a.b) (s_{td} a. s_{tt}b)))$$

$$N(a.b+1) = (((a. s_{tt}^{-1}b), (a. s_{tt}s_{tt} b), ((a. s_{tt}^{-1}b) a.b)), ((a.b) (a. s_{tt}b)))$$

$$N(a.b+2) = ((a. s_{tt}^{-1}b), (((a. s_{tt}^{-1}b) (a.b)))).$$

2. Durch die Anwendung dieser Operatoren ist nun eine vereinfachende Darstellung der struktureller Realitäten regionaler Zeichenklassen möglich, und zwar ohne deren Komplexität zu reduzieren:

1.1	$(1.2 \ s_{tt}(1.2))$	$M \leftarrow M$	1.1	$(1.2, s_{td}(1.2))$	$M \leftarrow M$	1.1	$2.-1$	$3.-1$	$M, O, I,-$
2.1	$(1.2 \ s_{tt}(1.2))$	$O \leftarrow M$	-1.2	$(1.2, s_{td}(1.2))$	$-M \leftarrow M$	$(2.1, s_{tt}^{-1}2.1)$	$3.-1$	$(O, O) \leftarrow I-$	
3.1	$(1.2 \ s_{tt}(1.2))$	$I \leftarrow M$	-1.3	$(1.2, s_{td}(1.2))$	$-M \leftarrow M$	$3.1 \ 2.-1 \ s_{tt}^{-1}3.1$	$I \rightarrow O \leftarrow I-$		
$(2.1 \ s_{tt}2.1)$	1.3	$O \leftarrow M$	-1.2	2.2	$s_{tt}(1.2)$	$-M \rightarrow O \leftarrow M$	$(2.1, s_{tt}^1 2.1)$	$3.-1 \ O \rightarrow I-$	
3.1	2.2	1.3	I, O, M	$s_{td}^{-1}1.3$	2.2	1.3	$-M \rightarrow O \leftarrow M$	$3.1 \ 2.2 \ s_{tt}^{-1}3.1 \ I \rightarrow O \leftarrow I-$	
$(3.1 \ s_{tt}3.1)$	1.3	$I \leftarrow M$	$s_{td}^{-1}1.3$	-2.3	1.3	$-M \rightarrow O \leftarrow M$	$(3.1, s_{tt}^1 3.1)$	$3.-1 \ I \rightarrow I-$	
2.1	$(2.2 \ s_{tt}2.2)$	$O \leftarrow O$	-1.2	$(2.2, s_{td}(2.2))$	$-M \leftarrow O$	$(2.1, s_{tt}^1 2.1)$	$3.-2 \ O \rightarrow I-$		
3.1	$(2.2 \ s_{tt}2.2)$	$I \leftarrow O$	-1.3	$(2.2, s_{td}(2.2))$	$-M \leftarrow O$	$3.1 \ 2.2 \ s_{tt}s_{tt}^{-1}3.1$	$I \rightarrow O \leftarrow I-$		
$(3.1 \ s_{tt}3.1)$	2.3	$I \rightarrow O$	$s_{td}^{-1}1.3$	-2.3	1.3	$-M \rightarrow O \leftarrow M$	$(3.1, s_{tt}3.2)$	$3.-1 \ I \leftarrow I-$	
3.1	$(3.2 \ s_{tt}3.2)$	$I \leftarrow I$	$s_{td}^{-1}1.3$	-2.3	3.3	$-M, -O, I$	3.1	$(3.2, s_{tt}3.2)$	$I \leftarrow I$

Wie man erkennt, kann man somit die Thematisierungen sowohl der objektalen als auch der regionalen strukturellen Realitäten auf nur 4 Grundstrukturen zurückführen:

$$(XX \rightarrow Y)$$

$$(XX \leftarrow Y)$$

$$(X \rightarrow Y \leftarrow X)$$

$$(X \leftarrow Y \rightarrow X),$$

auf die durch Anwendung der 2 Operatoren S_{\rightarrow} , S_{\leftarrow} und deren Konversen sämtliche Strukturmöglichkeiten der 30 thematischen Strukturen herstellbar ist.

Literatur

Toth, Alfred, Regionale Umgebung und Nachbarschaft. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2011

Semiotiken als n-tupel von REZ und Inversionsoperatoren

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt, lässt sich die auf

$$ZR = (3.a, 2.b, 1.c)$$

gegründete Peirce-Bense-Semiotik als triadisch-trichotomischer Spezialfall der allgemeinen systemischen REZ-Relation

$${}^m_nR_{REZ} := [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], \dots, [{}_n 1_{-(n-1)}, m]$$

verstehen, insofern ZR als

$${}^3_3REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$$

d.h. als Teilrelation von ${}^m_nR_{REZ}$ darstellbar ist.

Nun lassen sich, wie ebenfalls bekannt, aus 3_3REZ vier nicht-isomorphe Strukturen erzeugen:

1. ${}^3_3REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

2. ${}^3_3REZ = [[a, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [c, 1]]$

3. ${}^3_3REZ = [[1, c], [1_{-1}, a], [1_{-2}, b]]$

4. ${}^3_3REZ = [[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]$,

die man jedoch nach Toth (2012b) auf die beiden "inversiven" Operatoren K_1 und K_3 zurückführen kann, K_1 auf die 1-stelligen und K_3 die 3-stelligen Partialrelationen von 3_3REZ invertiert.

2. Nun stellen allerdings K_1 und K_3 insofern wiederum nur Spezialfälle eines allgemeinen Inversionsoperators K_n dar, weil dieser nur für $m = n = 3$ in ${}^m_nR_{REZ}$ mit einer von sechs möglichen Permutationen sowie mit der Dualisation zusammenfällt. Geht man jedoch von $n > 3$ aus, so K_n für die jeweiligen n alles anderes als trivial. Z.B. sei

$${}^5_5R_{REZ} = (a, (a, b), (a, b, c), (a, b, c, d), (a, b, c, d, e))$$

eine entsprechend der Struktur von

$$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

(vgl. Bense 1979, S. 53) "verschachtelte" pentadische Relation, d.h. es sei $n = 5$. Dann kann man also $K_1 \dots K_5$ definieren, wobei K_1 die monadischen, K_2 die dyadischen, K_3 die triadischen, K_4 die tetradischen und K_5 die pentadischen Par-

tialrelationen von ${}_5R_{REZ}$ invertiert. Dann fällt also einzig die kombinierte Anwendung von K_n für $n = 1$ und für $n = 5$ mit der Peirce-Benseschen Dualisation zusammen, denn es ist

$$K_1K_5(a, (a, b), (a, b, c), (a, b, c, d), (a, b, c, d, e)) = K_5K_1(a, (a, b), (a, b, c), (a, b, c, d), (a, b, c, d, e)) = ((e, d, c, b, a), (d, c, b, a), (c, b, a), (b, a), a).$$

Wir kommen somit zum Schluß, daß sich Semiotiken allgemein als Teilrelationen von ${}^m_nR_{REZ}$ durch Paare der Form

$$\Sigma = \langle {}^m_nR_{REZ}, K_n \rangle \text{ (für alle } m, n \in \mathbf{C})$$

auffassen lassen.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Mennes Bedeutungsrelation als triadische Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Systemische Zeichenoperationen und Zeichenstrukturen

1. Die Definition der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation von Peirce und Bense läßt, mindestens nach der sog. semiotischen „Basistheorie“ keine bedeutenden operativen und strukturellen Variationen zu: Es gibt, grob gesagt, eine Zeichenklasse der Form

$$\text{Zkl} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

und eine ihr duale Realitätsthematik der Form

$$\times\text{Zkl} = \text{Rth} = (c.1 \ b.2 \ a.3),$$

d.h. es sind z.B. die Konversionen

$$K(3.a \ 2.b \ 1.c) = (1.c \ 2.b \ 3.a)$$

$$K(c.1 \ b.2 \ a.3) = (a.3 \ b.2 \ c.1)$$

gar nicht definiert, obwohl erst alle 4 Strukturen zusammen den bereits in der Peirce-Bense-Semiotik angelegten Strukturreichtum ausmachen.

2. Bisher unbekannte operative und strukturelle Komplexität bieten dagegen die in Toth (2012a) eingeführten systemischen Repräsentationsklassen, v.a. wenn man die in Toth (2012b) eingeführten relationalen Einbettungszahlen zu ihrer Darstellung verwendet:

1. $\text{RS} = [[[1_{.2}, a], [1_{.1}, b], [1, c]]$
 2. $\times_1\text{RS} = [[c, 1], [b, 1_{.1}], [a, 1_{.2}]]$
 3. $\times_2\text{RS} = [[c, 1], [b, \text{.}_11], [a, \text{.}_21]]$
 4. $K_1\text{RS} = [[[c, 1_{.2}], [b, 1_{.1}], [a, 1]]$
 5. $K_2\text{RS} = [[[c, \text{.}_21], [b, \text{.}_11], [a, 1]]$
- } Dualisationen
- } Konversionen

Weiter ergibt sich die Möglichkeit, im Anschluß an Toth (2011), gerichtete REZ einzuführen. Damit erhält man

1. $RS = [[[1_{-2}, a^=], [1_{-1}, b^=], [1, c^=]]]$
 2. $\times_1 RS = [[c^=, 1], [b^=, 1_{-1}], [a^=, 1_{-2}]]$
 3. $\times_2 RS = [[c^=, 1], [b^=, -1_1], [a^=, -2_1]]$
 4. $K_1 RS = [[[c^=, 1_{-2}], [b^=, 1_{-1}], [a^=, 1]]]$
 5. $K_2 RS = [[[c^=, -2_1], [b^=, -1_1], [a^=, 1]]]$
- } Dualisationen
- } Konversionen

Hinzukommen natürlich noch die Permutationen der Partialrelationen, d.h. für die Kategorien zur Peirce-Bense-Semiotik $\underline{p} = \{(M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, O, M), (I, M, O)\}$; sie sind für die Semiotik natürlich alle nicht-isomorph zueinander und daher teilweise bereits in der Peirce-Bense-Semiotik definiert.

Literatur

Toth, Alfred, Gerichtete quadralektische Mengen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Uniforme kategoriethoretische REZ-Operatoren

1. Die auf die Zeichenrelation

$$ZR = (3.a, 2.b, 1.c)$$

gegründete Peirce-Bense-Semiotik läßt sich nach Toth (2012a) als triadisch-trichotomischer Spezialfall der allgemeinen systemischen REZ-Relation

$${}^m_nR_{REZ} := [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], \dots, [{}_n 1_{-(n-1)}, m]$$

verstehen, insofern ZR als

$${}^3_3REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$$

d.h. als Teilrelation von ${}^m_nR_{REZ}$ darstellbar ist.

Ferner lassen sich, wie ebenfalls bekannt, aus 3_3REZ vier nicht-isomorphe Strukturen erzeugen:

$$1. {}^3_3REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$$

$$2. {}^3_3REZ = [[a, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [c, 1]]$$

$$3. {}^3_3REZ = [[1, c], [1_{-1}, a], [1_{-2}, b]]$$

$$4. {}^3_3REZ = [[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]],$$

die man jedoch nach Toth (2012b) auf einen einzigen "inversiven" Operator K_n zurückführen. Bis hierhin ließ sich also eine Semiotik als Paar der Form

$$\Sigma = \langle {}^m_nR_{REZ}, K_n \rangle \text{ (für alle } m, n \in \mathbf{C})$$

darstellen.

2. Ein Problem, das jedoch immer noch der Vereinheitlichung wartet, sind die für $m = n = 3$ analog zur Peirce-Bense-Semiotik (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.) für jeden kategorialen Bezug differenten REZ-Morphismen:

$$[1, 1] := id_1 \quad [1, 2] := \alpha \quad [1_{-1}, 3] := \beta \quad [1, 3] := \beta\alpha$$

$$[1_{-1}, 2] := id_2 \quad [1_{-1}, 1] := \alpha^0 \quad [3, 1_{-1}] := \beta^0 \quad [1_{-2}, 1] := \alpha^0\beta^0$$

$$[1_{-2}, 3] := id_3$$

Da ${}^3_3R_{REZ} \subset {}^m_nR_{REZ}$, schlagen wir hier einen uniformen kategoriethoretischen REZ-Operator der Form $\gamma_{a,b}$ vor, wobei (a = b) die n identischen Morphismen und (b > a) inverse Morphismen betrifft. Komponierte Morphismen sind somit solche

Paare (a, c) , zwischen denen sich mindestens ein n mit $a < n < b$ befindet. Auf diese Weise bekommen wir also nunmehr als vollständige Form einer Semiotik das Tripel

$$\Sigma = \langle {}^m_n R_{REZ}, K_n, \gamma_{a,b} \rangle \text{ (für alle } m, n \in \mathbf{C} \text{ und } a, b \in \mathbf{N}).$$

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Mennes Bedeutungsrelation als triadische Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Semiotiken als n -tupel von REZ und Inversionsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Operatoren für eine semiotische Negativsprache

1. Während die 2-wertige aristotelische Logik nur über 1 Negation verfügt, welche Position und Negation aufeinander abbildet und daher genau so wenig logische Strukturierung erzeugt wie man durch fortgesetztes Kippen eines Lichtschalters außerhalb der Bipolarität von Licht und Dunkel auch nichts anderes erzeugen kann, verfügt eine 3-wertige Logik über 2, allgemein eine n-wertige Logik über (n-1) Negationen, durch deren kombinierte Anwendung man auf verschiedene Weise sog. Negationszyklen, d.h. Permutationen logischer Wahrheitswertfolgen erzeugen kann, z.B. im Falle von $S = (1, 2, 3, 4)$

1	1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4	1
2	2 3 3 4 4 1 1 3 3 4 4 1 1 2 2 4 4 1 1 2 2 3 3	2
3	4 2 4 2 3 3 4 1 4 1 3 2 4 1 4 1 2 2 3 1 3 1 2	3
4	3 4 2 3 2 4 3 4 1 3 1 4 2 4 1 2 1 3 2 3 1 2 1	3

Diese in Hamiltonkreisen auftretenden Negationszyklen sind natürlich vom Standpunkt der Kenogrammatik alle zueinander tritoäquivalent (Schadach 1967), d.h. diese "Wörter" einer Negativsprache stellen sozusagen in ihrer Permutabilität Variationen des durch die ganz links stehende Wahrheitswertfolge repräsentierten Themas dar (vgl. aus der Musik Ravels "Boléro"). Operatoren an Variationen sind daher von den Operatoren am Thema zu unterscheiden; die letzteren wurden eingehend von Kronthaler (1986) dargestellt.

2. Zunächst führen wir die dreifache Operation σ_i als die semiotische Entsprechung zur logischen Negation ein. Im Falle des oben gegebenen Zyklus einer vierwertigen Semiotik $(1, 2, 3, 4) \cong (((M, O, I^1), I^2))$ haben wir

$$\sigma_1 := (1 \leftrightarrow 2), (3 \leftrightarrow 4)$$

$$\sigma_2 := (1 \leftrightarrow 3), (2 \leftrightarrow 4)$$

$$\sigma_3 := (1 \leftrightarrow 4), (2 \leftrightarrow 3),$$

z.B. ist also

$$\sigma_1(3124) = (4213)$$

$$\sigma_2(3124) = (1342)$$

$$\sigma_3(3124) = (2431).$$

Ferner definieren auf σ_i eine n -wertige Entsprechung des semiotischen Komplements (vgl. Toth 2012)

$$C_i(abcd) = \wp(abcd) \setminus (abcd),$$

d.h. es gilt natürlich

$$\sigma_i(abcd) \subset C_i(abcd).$$

Schließlich übernehmen wir den von Kronthaler (1986) eingeführten Reflexionsoperator, z.B. haben wir also

$$R(3124) = (4213)$$

$$R\sigma_1(3124) = (3124)$$

$$R\sigma_2(3124) = (2413)$$

$$R\sigma_3(3124) = (1342).$$

R ist somit Totalreflektor; die Einführung partieller Reflektoren ist unnötig, da ihre Funktion von den σ_i übernommen wird. Allerdings muß man aufgrund unserer Definitionen von σ_i einen Zerlegungsoperator einführen, der also z.B. eine Folge $(abcd)$ in $(a(bcd))$, $(ab(cd))$, $(abc(d))$ unterteilt, denn die wegen der Komplementoperation auf paarweisem Wertaustausch definierten σ_i würden sonst z.B. einen Übergang wie denjenigen von (1243) zu (4312) verhindern.

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Semiotische Komplemente mit inversen Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Boolesche Operationen in einer logischen Semiotik

1. Wie in Toth (2012) gezeigt worden war, entspricht jedes der 8 isomorphen Paare dyadischer logischer Operationen einer semiotisch-semiosischen Operation. Obwohl nun die Multiplikation von Zeichen intuitiv sinnlos ist, dürfte sie jedoch auch für die Semiotik relevant sein, da die De Morganschen Gesetze Multiplikationen mit Hilfe von Additionen ausdrücken. Da die Anwendung der Booleschen Algebra auf die mathematische Semiotik bereits in Toth (2006, S. 200 ff.) behandelt wurde, sollen im folgenden semiotische Objekte besprochen werden.

2.1. Absorptionsgesetze

$$2.1.1. x + x = x$$

$$2.1.2. x \cdot x = x$$

Während es für 2.1.2. kein intuitives Beispiel gibt, leuchtet 2.1.1. intuitiv ein, denn würde man z.B. zwei Wegweiser statt eines aufstellen, um dieselbe Referenzfunktion zu leisten, so würde sich an der Funktion des semiotischen Objekts nichts ändern. Dieser Fall von redundanter Verdoppelung durch Zeichenobjekte ist häufig bei Wirtshäusern anzutreffen, wo man u.a. Namenszug, Wirtshaus und Brauereischild findet.

2.2. Kommutatives Gesetz

$$x + y = y + x$$

Die Ungültigkeit dieses Gesetzes für semiotische Objekte folgt bereits aus deren Definition (vgl. Toth 2008), wo Zeichenobjekte als semiotische Objekte mit überwiegender Zeichenfunktion und Objektzeichen als semiotische Objekte mit überwiegender Objektfunktion unterschieden wurden. Der bereits erwähnte Wegweiser ist ein Beispiel für ein Zeichenobjekt. Ein Beispiel für ein Objektzeichen ist eine Prothese. Man könnte also sogar sagen: Der Nicht-Dualität der beiden Haupttypen semiotischer Objekte korrespondiert die Nicht-Kommutativität der logisch-semiotischen Operation.

2.3. Assoziatives Gesetz

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

Die Ungültigkeit auch dieses Gesetzes für semiotische Objekte ist in der Begründung zur Ungültigkeit des kommutativen Gesetzes enthalten, da bei

dreiteiligen semiotischen Objekten nicht notwendig alle (Teil-) Objekte dem gleichen Haupttyp (Zeichenobjekt oder Objektzeichen) angehören müssen.

2.4. Regel von De Morgan

$$x \cdot y = (x' + y)'$$

Vgl. auch hierzu die zu 2.2. und 2.3 gegebenen Erklärungen. Die De Morgansche Regel ist ferner deswegen für semiotische Objekte ungültig, weil man für x und y auch Zeichen- und Objektanteile von semiotischen Objekten einsetzen kann, denn deren verschiedene Gewichtung ist ja das definitorische Merkmal der Unterscheidung von Zeichenobjekten und Objektzeichen. Z.B. ist auch intuitiv nachvollziehbar, daß der Objektanteil einer Prothese bedeutend wichtiger ist als derjenige eines Wegweiser, denn der letztere muß ja nicht an einer Stange, sondern kann z.B. auch an einer Hauswand befestigt sein. Steht hingegen der Objektanteil einer Prothese nicht in iconischer Relation zu einem realen Körperteil, dann ist sie für den zu substituierenden Körperteil einfach unbrauchbar. Umgekehrt verweist die Prothese, obwohl sie nach einem realen Körperteil geformt ist, nicht auf denjenigen eines Individuums, sonst müßte sie ja jedesmal maßgeformt werden. Umgekehrt ist jedoch die Zeichenfunktion eines Wegweiser, wie ebenfalls einleuchtend, bedeutend wesentlicher als diejenige einer Prothese.

Während sich sämtliche logischen Gesetze wegen der Zeichen-Objekt-Isomorphie auf die Semiotik der Zeichen übertragen lassen, gilt dies also keineswegs für semiotische Objekte. Von den oben behandelten grundlegenden booleschen Gesetzen gelten für semiotische Objekte einzig die Absorptionsgesetze.

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Isomorphe logisch-semiotische Operationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Isomorphe logisch-semiotische Operationen

1. Da das logische Gesetz des Tertium non datur die Möglichkeit der Emergenz von Neuem zum vornherein ausschließt, kann durch Negation nichts Neues entstehen. Kronthaler hat deshalb recht, wenn er bemerkt: "Die A-Logik [arist. Logik] besitzt nur deshalb zwei Werte, weil es sich bei ihr um einen Abbildungsprozeß handelt. Man kann etwas HABEN, was ein-wertig ist, aber nicht ABBILDEN. Der zweite Wert spielt aber nur eine Hilfsrolle, er designiert nichts, sondern tritt nur als Hintergrund auf; er wiederholt nur" (1983, S. 8). In Oskar Panizzas Erzählung "Die Kirche von Zinsblech" findet nächtens in der Kirche eine Prozession statt. Es stellt sich heraus, daß der eine der beiden Prozessionszüge von einem weißen und der andere von einem schwarzen Priester angeführt wird. Vom letzteren heißt es: "Eigentümlich war es, daß er fast pendelartig dieselben Bewegungen und Gesten machte, wie sein weißes Gegenüber auf der anderen Altarseite" (Panizza 1964, S. 30). Man darf daher schließen, daß die Annahme der Isomorphie von Signifikanten- und Signifikatsseite des Zeichens in den Semiotiken von Albert Menne (1992, S. 39 ff.) und Georg Klaus (1965, 1973) gerade die Kompatibilisierung von Semiotik und Logik zu einer logischen Semiotik einerseits sowie einer semiotischen Logik andererseits erst möglich macht.

2. Sozusagen an der Schnittstelle von logischer Semiotik und semiotischer Logik stehen einige logisch-semiotische bzw. semiotisch-logische Operationen. Für den Zusammenhang zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt verweise ich der Kürze halber auf das in Toth (2012a) präsentierte semiotische Stufen-Typensystem, das im Gegensatz zu den Semiotiken von Menne und von Klaus ein verdoppeltes System von Isomorphismen darstellt, in dem die Transitionen zwischen Zeichen und Objekt formal durch die Realitätsthematiken und inhaltlich-ontologisch durch die aus ihnen rekonstruierbaren thematisierten strukturellen Realitäten bewerkstelligt werden:

Objekttypen	Rth	Them(Rth)	Haupteinteilungen
Qualitäten	Rth(1.1 1.2 1.3)	M-them. M	Modus der Erfassung des Zeichens selbst
↓			
Zustände	Rth(2.1 1.2 1.3)	M-them. O	Präsentationsmodus des unmittelbaren Objekts
↓			
Kausalität	Rth(2.1 2.2 1.3)	O-them. M	Seinsmodus des dynamischen Objekts
↓			
Individuelle Objekte	Rth(2.1 2.2 2.3)	O-them. O	Relation des Zeichens zu seinem dynamischen
Objekt			
↓			
Allgemeine Objekte un-	Rth(3.1 1.2 1.3)	M-them. I	Präsentationsmodus des mittelbaren
Interpretanten			
↓			
Objektfamilien	Rth(3.1 2.2 1.3)	Zkl = Rth	Seinsmodus des dynamischen
Interpretanten			
↓			
Gerichtete Objekte	Rth(3.1 2.2 2.3)	O-them. I	Relation des Zeichens zu Sein. dyn. Interpretanten

In der folgenden Tabelle der dyadischen Wahrheitswertfunktoren aus Menne (1991, S. 34 f.) sind die einander isomorphen paarweise markiert:

Nr.	Wahrheitswerte	Zeichen	Name	sprachliche Deutung
3.401	W F F F	\wedge	Konjunktore	stets beides und
3.402	F W F F	\succ	Postsektore	das eine ohne das andere und nicht
3.403	F F W F	\prec	Präsektore	das andere ohne das eine nicht aber
3.404	F F F W	\neq	Rejektore	beides nicht keines
3.405	W W W F	\vee	Disjunktore	mindestens eines oder auch
3.406	W W F W	\rightarrow	Replikatore	das andere nicht ohne das eine nur dann, wenn - so
3.407	W F W W	\leftarrow	Implikatore	das eine nicht ohne das andere stets dann, wenn - so
3.408	F W W W	\mid	Exklusore	höchstens eines oder

3.409	W F F W	\leftrightarrow	Äquivalentor	beides oder keines genau dann, wenn - so
3.410	F W W F	∇	Kontravalentor	genau eins von beiden entweder - oder
3.411	W W F F	\lrcorner	Präpensor	jedenfalls das eine jedenfalls - einerlei ob
3.412	F F W W	\ulcorner	Pränonpensor	keinesfalls das eine keinesfalls - einerlei ob
3.413	W F W F	\llcorner	Postpensor	jedenfalls das andere einerlei ob - jedenfalls
3.414	F W F W	\lrcorner	Postnonpensor	keinesfalls das andere einerlei ob - keinesfalls
3.415	W W W W	\top	Tautologator	alles in jedem Falle, ob oder nicht
3.416	F F F F	\perp	Antilogator	nichts in keinem Falle, ob - oder nicht

Wie bereits in Toth (2012b) gezeigt worden war, entspricht jedes der 8 isomorphen Paare logischer Operationen einer semiotisch-semiosischen Operation.

Literatur

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten.
Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Panizza, Oskar, Das Liebeskonzil und andere Schriften. Neuwied 1964

Toth, Alfred, Objekttypen und trichotomische Modi. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Formen der Semiose. In: Electronic Journal for Mathematical
Semiotics, 2012b

Ein operationales Modell für positionierte Objekte in Systemen

1. Systeme enthalten entweder Systeme, d.h. Teilsysteme, oder Objekte (vgl. Toth 2012a, b), die selbst als Teilsysteme aufgefaßt werden können, da sie gemäß Toth (2012c) mit oder ohne Zeichen auftreten. Wo umgekehrt Zeichen Teilsysteme bilden, müssen auch Objekte vorhanden sein, da auch die sog. imaginären Zeichen aus objektalen Versatzstücken zusammengesetzt sind (vgl. Toth 2009). Von semiotischen Objekten (vgl. Bense ap. Walther 1979, S. 122 f.), d.h. von Zeichenobjekten und Objektzeichen (Toth 2008), sprechen wir dann, wenn nicht ein Zeichen, sondern ein System $[\mathfrak{z}, \circ]$ bzw. $[\circ, \mathfrak{z}]$ auf ein Objekt verweist, d.h. wenn kein System $[\mathfrak{z} \rightarrow \circ]$, sondern eine der beiden elementaren System-Abbildungen $[[\mathfrak{z}, \circ_i] \rightarrow \circ_j]$ oder $[[\circ_i, \mathfrak{z}] \rightarrow \circ_j]$ vorliegt, wobei $i = j$ nur bei sog. Ostensiva gilt (vgl. Toth 2011).

2. Modell für Objekte als Teilsysteme

	Extrasystemisch	Adsystemisch	Intrasystemisch
exessiv	exES	exAS	exIS
adessiv	adES	adAS	adIS
inessiv	inES	inAS	inIS

3. Modell für semiotische Objekte als Teilsysteme

	iconisch	indexikalisch	symbolisch
exessiv	ex-ic	ex-in	ex-sy
adessiv	ad-ic	ad-in	ad-sy
inessiv	in-ic	in-in	in-sy

4. Welches Modell für Objekte man diesen Analysemodellen zugrunde legt, spielt im Grunde keine Rolle, solange man sie auf einen Systembegriff fundiert, der neben System und Umgebung auch das Adsystem bzw. den "Rand" als Vermittlung enthält

$$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$$

mit $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$. Das in meinen bisherigen Arbeiten benutzte "architektonische" Objektmodell

U	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	...
Garten o.ä.	Haus	Treppenh.	Wohnung	Zimmer	Kasten o.ä.	
0	1←	1-1← 1-2←	1-3←	1-3←	...	
0	1	1-1	1-2	1-3	1-3	...
0	1→	1-1→ 1-2→	1-3→	1-3→	...	

hat den Vorteil, eine sehr detaillierte Analyse eingeschachtelter Teilsysteme zu bieten. Da die Position von Objekten somit von den in Toth (2012a, b) behandelten Objektdeterminationen der Einbettung sowie der Lagerrelationen abhängig ist, gelten für sie die folgenden Definitionen.

4.1. Einbettung

4.1.1. Stufe 1

$$S_1 = [\mathfrak{z}_i, \mathfrak{o}_j]$$

$$S_2 = [\mathfrak{z}_i, \mathfrak{z}_j]$$

$$S_3 = [\mathfrak{o}_i, \mathfrak{o}_j]$$

4.1.2. Stufe 2

$$S'_1 = [\mathfrak{z}_i, \mathfrak{o}_j]' = [[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}], [\mathfrak{z}_{i3}, \mathfrak{o}_{j3}], \dots [\mathfrak{z}_{in}, \mathfrak{o}_{jn}]]$$

$$S'_2 = [\mathfrak{z}_i, \mathfrak{z}_j]' = [[\mathfrak{z}_{i1}, \mathfrak{z}_{j1}], [\mathfrak{z}_{i2}, \mathfrak{z}_{j2}], [\mathfrak{z}_{i3}, \mathfrak{z}_{j3}], \dots [\mathfrak{z}_{in}, \mathfrak{z}_{jn}]]$$

$$S'_3 = [\mathfrak{o}_i, \mathfrak{o}_j]' = [[\mathfrak{o}_{i1}, \mathfrak{o}_{j1}], [\mathfrak{o}_{i2}, \mathfrak{o}_{j2}], [\mathfrak{o}_{i3}, \mathfrak{o}_{j3}], \dots [\mathfrak{o}_{in}, \mathfrak{o}_{jn}]]$$

4.1.3. Stufe 3

Von hier an verzweigen sich die Möglichkeiten pro Stufen in "Typen".

$$S''_{1a} = \{[[\mathfrak{z}_{i1}, [\mathfrak{z}_{j1}, \mathfrak{o}_{k1}]], [\mathfrak{z}_{i2}, [\mathfrak{z}_{j2}, \mathfrak{o}_{k2}]], [\mathfrak{z}_{i3}, [\mathfrak{z}_{j3}, \mathfrak{o}_{k3}]], \dots [\mathfrak{z}_{im}, [\mathfrak{z}_{jm}, \mathfrak{o}_{km}]]\}$$

$$S''_{1b} = \{[[\mathfrak{z}_{i1}, [\mathfrak{o}_{j1}, \mathfrak{o}_{k1}]], [\mathfrak{z}_{i2}, [\mathfrak{o}_{j2}, \mathfrak{o}_{k2}]], [\mathfrak{z}_{i3}, [\mathfrak{o}_{j3}, \mathfrak{o}_{k3}]], \dots [\mathfrak{z}_{im}, [\mathfrak{o}_{jm}, \mathfrak{o}_{km}]]\}$$

$$S''_{1c} = \{[[\mathfrak{z}_{i1}, [\mathfrak{z}_{j1}, \mathfrak{z}_{k1}]], [\mathfrak{z}_{i2}, [\mathfrak{z}_{j2}, \mathfrak{z}_{k2}]], [\mathfrak{z}_{i3}, [\mathfrak{z}_{j3}, \mathfrak{z}_{k3}]], \dots [\mathfrak{z}_{im}, [\mathfrak{z}_{jm}, \mathfrak{z}_{km}]]\}, \text{ usw.}$$

4.2. Lage

Operatorzeichen: λ (λ_{ex} , λ_{ad} , λ_{in})

4.2.1. Intrasystemisch

4.2.1.1. Exessivität

$$x \in \mathcal{R}[S, U]$$

4.2.1.2. Adessivität

$$x \cap \mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$$

4.2.1.3. Inessivität

$$x \in S$$

4.2.2. Extrasystemisch

$$x \in U.$$

Literatur

- Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008
- Toth, Alfred, Die Genese "imaginärer" Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009
- Toth, Alfred, Semiotische Objekte und Ostensiva. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011
- Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a
- Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b
- Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Grundlegung einer operationalen Systemtheorie

0. Der vorliegende Aufsatz versucht eine konsistente Formalisierung der in meinen bisherigen Arbeiten, v.a. in Toth (2012a, b) sowie in den 22 Teilen einer "Typologie gerichteter Objekte" (Toth 2012c), gewonnenen theoretischen Grundlagen zuhanden einer operationalen Systemtheorie. Aufgrund von Bense (1975, S. 65 f.) unterscheiden wir zwischen ontischem und semiotischen Raum, und bei der Vermittlung beider Räume folgen wir Bense (1979, S. 94 ff.) und eigenen Erweiterungen (Toth 2008, 2012d). Wir beginnen mit der elementaren Systemdefinition

$$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$$

mit $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$ (vgl. Toth 2012e sowie Toth 2011).

1. Einbettung

Operatorzeichen: ε

1.1. Stufe 1

$$S_1 = [\beta_i, \vartheta_j]$$

$$S_2 = [\beta_i, \beta_j]$$

$$S_3 = [\vartheta_i, \vartheta_j]$$

1.2. Stufe 2

$$S'_1 = [\beta_i, \vartheta_j]' = [[\beta_{i1}, \vartheta_{j1}], [\beta_{i2}, \vartheta_{j2}], [\beta_{i3}, \vartheta_{j3}], \dots [\beta_{jn}, \vartheta_{jn}]]$$

$$S'_2 = [\beta_i, \beta_j]' = [[\beta_{i1}, \beta_{j1}], [\beta_{i2}, \beta_{j2}], [\beta_{i3}, \beta_{j3}], \dots [\beta_{jn}, \beta_{jn}]]$$

$$S'_3 = [\vartheta_i, \vartheta_j]' = [[\vartheta_{i1}, \vartheta_{j1}], [\vartheta_{i2}, \vartheta_{j2}], [\vartheta_{i3}, \vartheta_{j3}], \dots [\vartheta_{jn}, \vartheta_{jn}]]$$

1.3. Stufe 3

Von hier an verzweigen sich die Möglichkeiten pro Stufen in "Typen" (vgl. Toth 2012f).

$$S''_{1a} = \{[[\beta_{i1}, [\beta_{j1}, \vartheta_{k1}]], [\beta_{i2}, [\beta_{j2}, \vartheta_{k2}]], [\beta_{i3}, [\beta_{j3}, \vartheta_{k3}]], \dots [\beta_{im}, [\beta_{jm}, \vartheta_{km}]]\}$$

$$S''_{1b} = \{[[\beta_{i1}, [\vartheta_{j1}, \vartheta_{k1}]], [\beta_{i2}, [\vartheta_{j2}, \vartheta_{k2}]], [\beta_{i3}, [\vartheta_{j3}, \vartheta_{k3}]], \dots [\beta_{im}, [\vartheta_{jm}, \vartheta_{km}]]\}$$

$$S''_{1c} = \{[[\beta_{i1}, [\beta_{j1}, \beta_{k1}]], [\beta_{i2}, [\beta_{j2}, \beta_{k2}]], [\beta_{i3}, [\beta_{j3}, \beta_{k3}]], \dots [\beta_{im}, [\beta_{jm}, \beta_{km}]]\}, \text{ usw.}$$

2. Lage

Operatorzeichen: λ (λ_{ex} , λ_{ad} , λ_{in})

2.1. Intrasystemisch

2.1.1. Exessivität

$$x \in \mathcal{R}[S, U]$$

2.1.2. Adessivität

$$x \cap \mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$$

2.1.3. Inessivität

$$x \in S$$

2.2. Extrasystemisch

$$x \in U.$$

3. Sortigkeit

Operatorzeichen: σ

3.1. Stufe 1

$$z_i = z_j \text{ oder } z_i \neq z_j$$

$$o_i = o_j \text{ oder } o_i \neq o_j$$

3.2. Stufe 2

$$[z_{i1}, o_{j1}] = [z_{i2}, o_{j2}] \text{ oder } [[z_{i1}, o_{j1}] \neq [z_{i2}, o_{j2}]]$$

$$[z_{i1}, z_{j1}] = [z_{i2}, z_{j2}] \text{ oder } [[z_{i1}, z_{j1}] \neq [z_{i2}, z_{j2}]]$$

$$[o_{i1}, o_{j1}] = [o_{i2}, o_{j2}] \text{ oder } [[z_{i1}, z_{j1}] \neq [z_{i2}, z_{j2}]], \text{ usw.}$$

4. Detachierbarkeit

Operatorzeichen: δ

$$z_{i1} \cup o_{j1} \neq [z_{i1}, o_{j1}] \text{ oder } z_{i1} \cup o_{j1} = [z_{i1}, o_{j1}]$$

$$z_{i1} \cup z_{j1} \neq [z_{i1}, z_{j1}] \text{ oder } z_{i1} \cup z_{j1} = [z_{i1}, z_{j1}]$$

$$o_{i1} \cup o_{j1} \neq [o_{i1}, o_{j1}] \text{ oder } o_{i1} \cup o_{j1} = [o_{i1}, o_{j1}]$$

5. Objektabhängigkeit

Operatorzeichen: ω

$$[z_{i1}, o_{j1}] \Rightarrow [z_{i1} \rightarrow o_{j1}] \text{ oder } [z_{i1}, o_{j1}] \Leftrightarrow [z_{i1} \rightarrow o_{j1}]$$

$$[z_{i1}, z_{j1}] \Rightarrow [z_{i1} \rightarrow z_{j1}] \text{ oder } [z_{i1}, z_{j1}] \Leftrightarrow [z_{i1} \rightarrow z_{j1}]$$

$$[d_{i1}, d_{j1}] \Rightarrow [d_{i1} \rightarrow d_{j1}] \text{ oder } [d_{i1}, d_{j1}] \Leftrightarrow [d_{i1} \rightarrow d_{j1}]$$

6. Vermitteltheit

Operatorzeichen: υ

$$[\beta_{i1}, d_{j1}] \Rightarrow [\beta_{i1}, \beta_{k1}, d_{j1}] \text{ oder } [\beta_{i1}, d_{k1}, d_{j1}]$$

$$[\beta_{i1}, \beta_{j1}] \Rightarrow [\beta_{i1}, \beta_{k1}, \beta_{j1}] \text{ oder } [\beta_{i1}, d_{k1}, \beta_{j1}]$$

$$[d_{i1}, d_{j1}] \Rightarrow [d_{i1}, d_{k1}, d_{j1}] \text{ oder } [d_{i1}, \beta_{k1}, d_{j1}]$$

7. Zugänglichkeit

Operatorzeichen: ζ

$$[\beta_{i1}, d_{j1}] \Rightarrow [\beta_{i1} \rightarrow d_{j1}] = \langle \beta_{i1}, d_{j1} \rangle$$

$$[\beta_{i1}, \beta_{j1}] \Rightarrow [\beta_{i1} \rightarrow \beta_{j1}] = \langle \beta_{i1}, \beta_{j1} \rangle$$

$$[d_{i1}, d_{j1}] \Rightarrow [d_{i1} \rightarrow d_{j1}] = \langle d_{i1}, d_{j1} \rangle$$

8. Stufigkeit

Operatorzeichen: ς

$$[\beta_{i1}, d_{j1}] < [\beta_{i2}, d_{j2}], [\beta_{i1}, d_{j1}] = [\beta_{i2}, d_{j2}], [\beta_{i1}, d_{j1}] > [\beta_{i2}, d_{j2}]$$

$$[\beta_{i1}, \beta_{j1}] < [\beta_{i2}, \beta_{j2}], [\beta_{i1}, \beta_{j1}] = [\beta_{i2}, \beta_{j2}], [\beta_{i1}, \beta_{j1}] > [\beta_{i2}, \beta_{j2}]$$

$$[d_{i1}, d_{j1}] < [d_{i2}, d_{j2}], [d_{i1}, d_{j1}] = [d_{i2}, d_{j2}], [d_{i1}, d_{j1}] > [d_{i2}, d_{j2}]$$

9. Reihigkeit

Operatorzeichen: ρ

$$\langle [\beta_{i1}, d_{j1}], [\beta_{i1}, d_{j1}] \rangle, \langle [\beta_{i1}, d_{j1}], [\beta_{i1}, \beta_{j1}] \rangle, \langle [\beta_{i1}, d_{j1}], [d_{i1}, d_{j1}] \rangle$$

$$\langle [\beta_{i1}, \beta_{j1}], [\beta_{i1}, \beta_{j1}] \rangle, \langle [\beta_{i1}, \beta_{j1}], [\beta_{i1}, d_{j1}] \rangle, \langle [\beta_{i1}, \beta_{j1}], [d_{i1}, d_{j1}] \rangle$$

$$\langle [d_{i1}, d_{j1}], [d_{i1}, d_{j1}] \rangle, \langle [d_{i1}, d_{j1}], [\beta_{i1}, d_{j1}] \rangle, \langle [d_{i1}, d_{j1}], [\beta_{i1}, \beta_{j1}] \rangle$$

Abschließend können wir also das um die 9 Operationen erweiterte System durch

$$\Sigma^* = \{S, \mathcal{R}[S, U], U, \varepsilon, \lambda, \sigma, \delta, \omega, \upsilon, \zeta, \varsigma, \rho\}$$

definieren.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

- Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008
- Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011
- Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a
- Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b
- Toth, Alfred, Typen gerichteter Objekte I-XXII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c
- Toth, Alfred, Das Primat der Objekte vor den Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d
- Toth, Alfred, Systemik von Plätzen und Brücken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e
- Toth, Alfred, Systemische Einbettung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012f

Operationalisierung systemischer Ränder

1. Objekt und Zeichen folgen als Dichotomie derjenigen der zweiwertigen aristotelischen Logik, auf der sie gegründet sind

$$p \equiv \neg\neg n$$

$$n \equiv \neg\neg p$$

Entsprechend ist natürlich die Existenz einer dritten Kategorie zwischen oder außerhalb von Objekt und Zeichen ebenfalls ausgeschlossen, und wir können daher definieren (vgl. Toth 2013a)

$$\Omega = Z^{-1} = [\Omega, [\Omega^{-1}]]$$

$$Z = \Omega^{-1} = [[Z], Z^{-1}].$$

2. Wenn wir diese Definitionen von Objekt und Zeichen mit Termen aus der systemtheoretischen Objekttheorie (vgl. Toth 2012) ausdrücken wollen, müssen wir uns klar sein, daß vermöge dieser Definitionen die Umgebung eines Objektes nichts anderes als das Zeichen und die Umgebung eines Zeichens nichts anderes als das Objekt sein kann. In anderen Worten: Die Umgebungen von Objekt und Zeichen sind ihre relationalen Komplemente. Damit haben wir

$$[\Omega, U] = [[\Omega, [\Omega^{-1}]], [[Z], Z^{-1}]]$$

$$[Z, U] = [[[Z], Z^{-1}], [\Omega, [\Omega^{-1}]]].$$

3. Nun hatten wir jedoch in Toth (2013b) dargelegt, daß Zeichen nicht nur eine, sondern zwei Umgebungen haben

$$Z^* = [U_1, Z, U_2]$$

$$\text{mit } U_1 \cup U_2 = Z^\circ.$$

Bezeichnen wir den von Bense (1983) operationalisierten, bereits auf Peirce zurückgehenden Begriff des "semiotischen Universums" mit S, so gilt also

$$S = U_1 \cup Z \cup U_2.$$

Daraus folgt weiter, daß Zeichen keine trivialen, in Sonderheit keine leeren Ränder haben

$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \emptyset$$

$$\mathcal{R}[Z, U_2] \neq \emptyset,$$

und v.a. gilt wegen $\text{INF}(a.b) \neq \text{SUP}(a.b)$ (Toth 2013b) auf jeden Fall

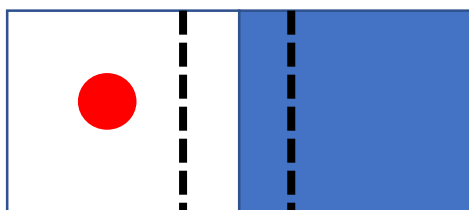
$$\mathcal{R}[Z, U_1] \neq \mathcal{R}[Z, U_2],$$

d.h. jedes Zeichen besitzt zwei nicht-triviale Ränder.

4. Nachdem wir Zeichen und Objekt dichotomisch definiert und die Ränder von Zeichen operationalisiert haben, benötigen wir also eine Operationalisierung der Ränder von Objekten untereinander sowie zwischen ihnen und Zeichen. Wie wir bereits in Toth (2013c) dargelegt haben, können wir hier nicht auf die klassische Topologie zurückgreifen, da sich Ränder von Systemen und Objekten nicht mit der Vorstellung von Punktmenge und ihren Metriken vereinbaren lassen, da objekttheoretische Ränder in aller Regel keine Linien sind und da der Abstand zwischen Systemen nur hinsichtlich dieser Ränder, d.h. relativ und nicht absolut, relevant ist. Wir gehen also so vor, daß wir in Fortführung der in Toth (2012c) gegebenen Schemata eine relative Metrik durch Operationalisierung systemischer Ränder einführen.

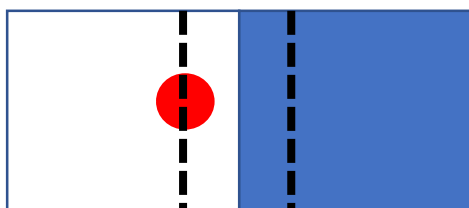
5. Wir denken uns ein System (in den folgenden Schemata weiß belassen) mit Umgebung (blau gefärbt) und einem Rand, der nicht nur die absolute Grenze zwischen System und Umgebung, sondern auch einen Streifen aus dem System und einen aus der Umgebung umfaßt. Wir nehmen ferner an, daß ein (rot eingezeichnetes) Objekt existiert, betten es ins System ein und lassen es dann in 7 Stufen, deren Anzahl durch die Einteilung von $S^* = [S, U]$ vorgegeben ist, so lange wandern, bis es aus S in $U(S)$ angekommen ist.

1. Stufe



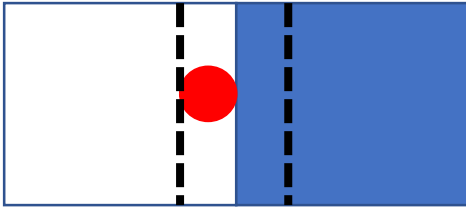
$$\Omega \subset S$$

2. Stufe



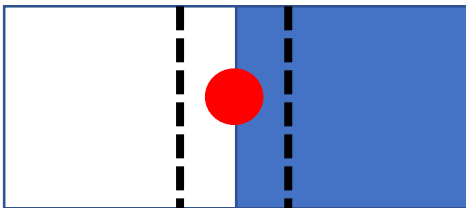
$$\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])$$

3. Stufe



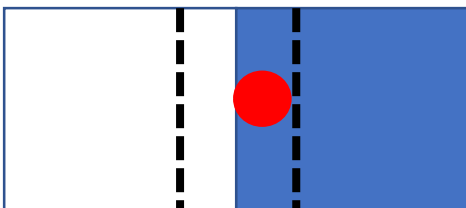
$$\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]$$

4. Stufe



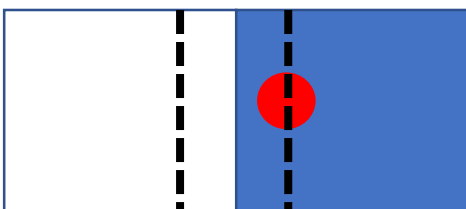
$$\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])$$

5. Stufe



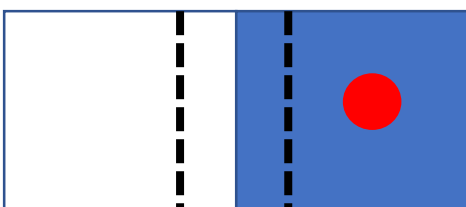
$$\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]$$

6. Stufe



$$\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])$$

7. Stufe



$$\Omega \subset U$$

Damit können wir die Transformation eines Objektes relativ zu den Rändern von $S^* = [S, U]$ wie folgt bestimmen

$$\tau_1: (\Omega \subset S) \rightarrow (\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U]))$$

$$\tau_2: (\Omega \subset (S \cap \mathcal{R}[S, U])) \rightarrow (\Omega \subset \mathcal{R}[S, U])$$

$$\tau_3: (\Omega \subset \mathcal{R}[S, U]) \rightarrow (\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

$$\tau_4: (\Omega \subset (\mathcal{R}[S, U] \cap \mathcal{R}[U, S])) \rightarrow (\Omega \subset \mathcal{R}[U, S])$$

$$\tau_5: (\Omega \subset \mathcal{R}[U, S]) \rightarrow (\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

$$\tau_6: (\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S])) \rightarrow (\Omega \subset U)$$

Man möge sich bewußt machen, daß eine Teilmengenbeziehung wie

$$(\Omega \subset (U \cap \mathcal{R}[U, S]))$$

nicht nur angibt, in welches System, welche Umgebung und welchen Rand ein Objekt Ω eingebettet ist, sondern daß sie auf diese Weise auch den Ort von Ω relativ zu S , $S(U)$ und dem Rand \mathcal{R} angibt, d.h. daß diese Teilmengenbeziehungen als Lokalisierungsangaben von Ω genommen werden können. Dies bedeutet also, daß die Ränder zwischen Objekten durch die relativen Positionen zwischen jedem von diesen Objekten qua Teilmengenbeziehungen definiert werden. Um diesen vielleicht auf das erste Besehen ungewöhnlichen Gedanken zu verstehen, sollte man sich in Erinnerung rufen, daß Objekte, anders als Zeichen, ja keine linearen Ordnungen aufweisen und daß, wie oben gesagt, absolute Positionen von Objekten für die Belange der der Semiotik zur Seite gestellten Objekttheorie sinnlos sind.

Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Linearität und Nichtlinearität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Systemische Ränder an Gewässern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013c